



DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA  
CURSO 2011-2012

**Ingeniería Informática**  
**Telemática y Sistemas de Transmisión de Datos**

**Tema 2**  
***Teoría y fundamentos de la modulación***

Prof. Juan Manuel Orduña Huertas



---

# Contenidos

---

<b>1</b>	<b>Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Modulación con portadora analógica</b>	<b>4</b>
2.1	Modulación en amplitud (AM) . . . . .	4
2.1.1	Generación de una señal AM . . . . .	4
2.1.2	Espectro y potencia de una señal modulada en amplitud . . . . .	9
2.2	Modulación en Fase . . . . .	13
2.3	Modulación en frecuencia . . . . .	14
2.3.1	Relación de la modulación en fase con la modulación en frecuencia	16
2.4	Modulación por desplazamiento en amplitud (ASK) . . . . .	17
2.5	Modulación por desplazamiento en frecuencia (FSK) . . . . .	19
2.5.1	MFSK: FSK múltiple . . . . .	20
2.6	Modulación por desplazamiento de fase (PSK) . . . . .	21
2.6.1	Modulación QPSK . . . . .	24

2.6.2	Modulación 8-PSK, 16-PSK, 8QAM y 16 QAM . . . . .	26
<b>3</b>	<b>Muestreo de la señal. Modulación por pulsos</b>	<b>31</b>
3.1	Modulación por pulsos. Ventajas . . . . .	31
3.1.1	Teorema de muestreo . . . . .	32
3.2	Modulación por amplitud de pulsos (P.A.M.) . . . . .	34
3.3	Modulación por duración del pulso (PDM o PWM) . . . . .	36
3.4	Modulación por posición de impulsos . . . . .	37
3.5	Modulación por codificación de impulsos (PCM) . . . . .	37
<b>4</b>	<b>Modulación con portadora y moduladora digital</b>	<b>43</b>
4.1	Códigos NRZ . . . . .	44
4.2	Códigos multinivel . . . . .	46
4.3	Códigos bifase . . . . .	46
4.4	Técnicas de inserción de bits . . . . .	47
<b>5</b>	<b>Modulación en espectro expandido: CDMA</b>	<b>50</b>
5.1	Concepto de espectro expandido . . . . .	50
5.2	Espectro expandido por salto de frecuencias: FHSS . . . . .	51
5.3	Espectro expandido de secuencia directa: DSSS . . . . .	53
5.4	Acceso Múltiple por División de Código: CDMA . . . . .	54
<b>6</b>	<b>Ejercicios</b>	<b>59</b>
	<b>Bibliografía</b>	<b>62</b>

---

# 1 INTRODUCCIÓN

---

En el tema anterior analizamos las señales tal y como estas se generaban. Es decir, sólo dibujábamos el espectro de amplitud de la propia señal. Sin embargo, en la práctica las señales, tanto periódicas como aperiódicas, no se pueden transmitir por los canales de transmisión tal y como se generan. Una señal que es transmitida tal y como se genera se dice que es transmitida en **banda base**. La transmisión de las señales en banda base presenta serios inconvenientes:

- Algunas señales en banda base tienen un espectro de amplitudes de ancho de banda infinito, y por tanto no se transmitirá todo su espectro por el canal de transmisión, que tiene un ancho de banda finito.
- Si todas las comunicaciones se transmitieran en banda base se interferirían entre ellas.
- La inductancia y capacitancia existentes en las líneas de transmisión afectan más a las señales en banda base.
- En comunicaciones por radio la teoría de antenas dice que una antena debe medir aproximadamente lo mismo que la longitud de onda de la señal que pretende captar. Así, si por ejemplo la voz humana se transmite en banda base a una frecuencia de unos 3 kHz,  $\lambda = c/f$ , donde  $c$  es la velocidad de la luz y  $f$  la frecuencia de la señal. Por tanto

$$\lambda = \frac{c}{3 \cdot 10^8} = 1 \cdot 10^5 = 100 \text{ Km.} \quad (1.1)$$

Como es obvio, si cada antena capaz de captar voz humana tuviera que medir 100 Km., sería inviable cualquier comunicación por radio.

- La eficiencia de la transmisión depende de la frecuencia de la señal emitida. Además el traslado de una señal a otras frecuencias reduce el ruido y las interferencias
- **Multiplexación en Frecuencia:** Si tenemos un canal de ancho de banda  $B$ , podemos dividir este canal en  $n$  canales de ancho de banda  $B/n$ , y enviar simultáneamente  $n$  señales, cada una por un subcanal.
- El espectro electromagnético es muy amplio, mientras que las señales de audio o vídeo, por poner un ejemplo, sólo ocupan una franja muy estrecha del espectro.

Por todas estas razones parece necesario un preprocesamiento de la señal antes o mientras se transmite dicha señal. El objetivo de este procesamiento es trasladar el espectro de la señal a otra banda de frecuencias, aunque manteniendo su forma sin cambios. Por tanto, se define la **Modulación** como la transmisión de una señal a la frecuencia a la cual queremos transmitir, pero variando alguna característica de la señal (o sea, modulando la señal) de forma proporcional al mensaje o señal que queremos transmitir.

En la modulación intervienen los siguientes elementos:

- **Señal portadora:** Señal periódica encargada de "transportar" la información a transmitir, y cuya frecuencia es la frecuencia de transmisión deseada.
- **Señal moduladora:** Señal que representa el mensaje que deseamos transmitir, y cuya frecuencia en general no será la frecuencia de transmisión deseada. Esta señal modificará algún parámetro de la portadora.
- **Modulación:** Modificación de algún parámetro de una señal por otra.
- **Señal modulada:** Señal resultante de la modulación de una señal portadora por una señal moduladora.

La clasificación de los tipos de modulación existente se basa en dos criterios:

1. Tipo de señal: tanto la portadora como la moduladora pueden ser analógica o digital, resultando en 4 posibilidades.
2. Parámetro de la portadora que se modifica: Los parámetros de la señal portadora que puede modificar la moduladora son tres: amplitud, frecuencia y fase.

Por tanto, estos dos criterios determinan la clasificación de los tipos de modulación existente:

	<i>Moduladora Analógica</i>	<i>Moduladora Digital</i>
P. Analógica	AM (Amplitude Modulation) FM (Frequency Modulation) PM (Phase Modulation)	ASK (Amplitude Shift Keying) FSK (Frequency Shift Keying) PSK (Phase Shift Keying)
Port. Digital	PAM (Pulse Amplitude Modulation) PDM (Pulse Duration Modulation) PPM (Pulse Position Modulation) PCM (Pulse Codification Modulation) Modulación Delta	NRZ (Non Return to Zero) RZ (Return to Zero) Bifase Bipolar

Tabla 1.1: Tipos de modulación posibles

---

## 2 MODULACIÓN CON PORTADORA ANALÓGICA

---

### 2.1 Modulación en amplitud (AM)

#### 2.1.1 Generación de una señal AM

Como su propio nombre indica, una señal modulada en amplitud es una señal de una frecuencia fija cuya amplitud varía proporcionalmente a otra señal. Sea una señal portadora de frecuencia  $f_p$  y amplitud  $v_p$  que llamaremos  $u_p(t)$ . Esta señal portadora debe ser analógica. Supongamos que la señal portadora es una función coseno, es decir  $u_p(t) = V_p \cos(2\pi f_p t)$

Sea  $u(t)$  el mensaje que se desea transmitir, es decir, la señal moduladora. Sea que este mensaje tiene una amplitud  $V$  y un ancho de banda  $W$ . Supondremos siempre que  $W \ll f_p$ . Sea

$$x(t) = \frac{u(t)}{V}$$

Por tanto,  $x$  es proporcional a  $u$  pero está acotada en el intervalo  $[-1, 1]$ . A  $x(t)$  se le denomina **mensaje normalizado**.

Pues bien, un sistema electrónico que multiplique a la señal  $u(t)$  por la señal portadora, sumando al resultado la propia señal portadora, proporciona como resultado una señal modulada en amplitud. La figura 2.1 muestra el diagrama de bloques de este sistema.



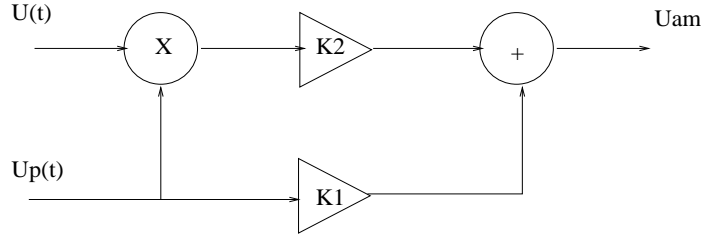


Figura 2.1: Modulador de AM

Efectivamente, sean  $K_m$  la constante del multiplicador y  $K_{1,2}$  los coeficientes de ponderación del sumador. La señal que se obtiene a la salida de este sistema es  $U_{AM}(t) = K_1 u_p(t) + K_2 K_m u_p(t) u(t) = K_1 u_p(t) \left[ 1 + K_m \frac{K_2}{K_1} u(t) \right]$ . Sin embargo, dado que

$$u(t) = V x(t) \quad (2.1)$$

$$u_p(t) = V_p \cos(2\pi f_p t) \quad (2.2)$$

podemos decir que

$$U_{AM}(t) = K_1 V_p \left[ 1 + K_m \frac{K_2}{K_1} V x(t) \right] \cos(2\pi f_p t) \quad (2.3)$$

Si denominamos

$$V_0 = K_1 V_p \quad (2.4)$$

$$m = K_m \frac{K_2}{K_1} V \quad (2.5)$$

entonces queda la expresión de una señal modulada en amplitud como

$$U_{AM}(t) = V_0 [1 + m x(t)] \cos(2\pi f_p t) \quad (2.6)$$

Como puede observarse, en la ecuación 2.6 tenemos una señal coseno de frecuencia  $f_p$ , que es la frecuencia de transmisión deseada. Sin embargo, la amplitud de la señal en cada instante es proporcional a  $m$  y a  $x(t)$ , que es el mensaje normalizado (señal en banda

base normalizada). Es decir, tenemos una señal *modulada en amplitud*. A la variable  $m$  se le denomina **índice de modulación**. Este índice nos indica el porcentaje de variación de la señal portadora con la señal moduladora normalizada.

En la modulación en amplitud la envolvente de la señal modulada es una representación fiel del mensaje, tal como se aprecia en la figura 2.2.

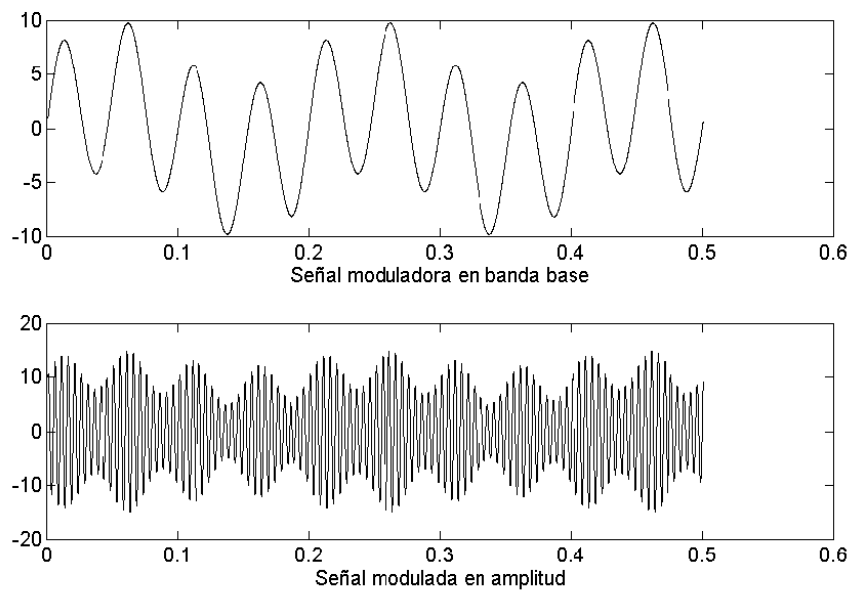


Figura 2.2: Señal modulada en amplitud

Sin embargo, para que esto se cumpla (que la envolvente de la señal AM sea una representación fiel de la señal moduladora) se han de cumplir dos condiciones:

1. -  $W \ll f_p$
2. - El índice de modulación  $m$  debe ser menor o igual a 1

Efectivamente, si  $m \leq 1$  entonces la amplitud de la señal modulada, dada por el

término  $V_0 [1 + m x(t)]$  nunca será negativa, ya que  $x(t)$  está acotada en  $[-1,1]$ . Los únicos pasos por cero de la señal modulada serán los de la portadora cosenoidal.

Si  $m > 1$  entonces el término  $V_0 [1 + m x(t)]$  puede ser negativo en algunos instantes, provocando pasos por cero adicionales y haciendo que la envolvente de la señal AM sufra variaciones bruscas en ellos, dejando de ser una representación fiel del mensaje. Cuando  $m > 1$  se dice que existe **sobremodulación**. La figura 2.3 muestra un ejemplo de sobremodulación.

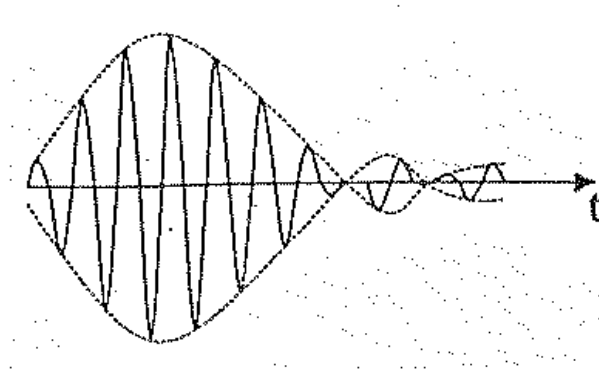


Figura 2.3: Señal AM con sobremodulación

También es posible hallar el índice de modulación a partir de la señal modulada y de la portadora sin modular, siempre que no se produzca sobremodulación. Recordemos que el índice de modulación nos dice el tanto por cien de variación que puede sufrir la portadora al ser modulada. Por tanto, si llamamos  $B$  a la amplitud pico a pico de la señal modulada, y  $C$  a la amplitud pico a pico de la portadora sin modular, dadas ambas señales se puede obtener el índice de modulación a partir de la fórmula

$$m = \frac{B - C}{C} \quad (2.7)$$

En lugar de tomar valores pico a pico podemos tomar valores absolutos, tal como muestra la figura 2.4.

En este caso podemos hallar  $m$  a partir de la fórmula

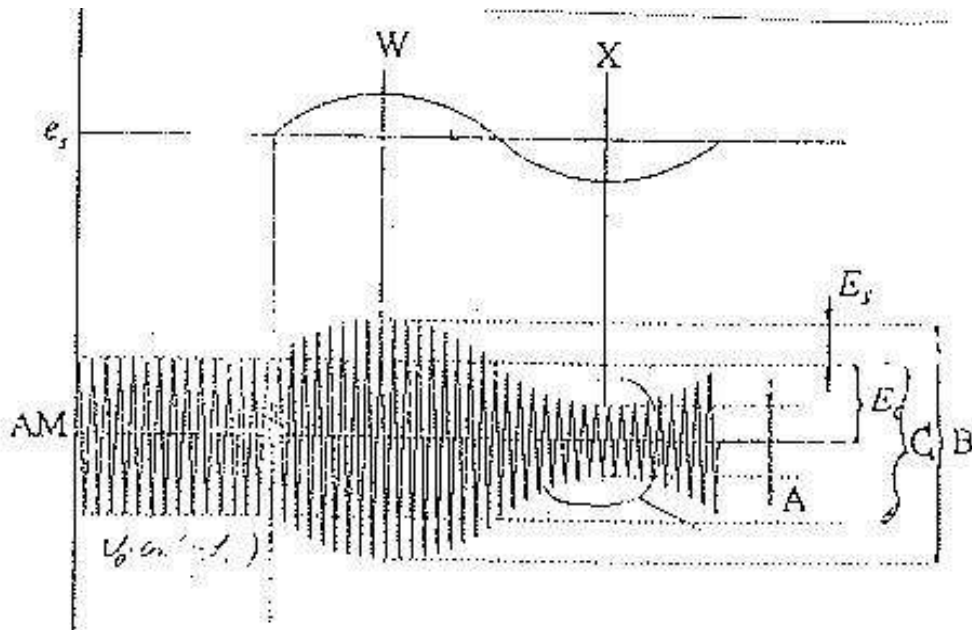


Figura 2.4: Cálculo de  $m$  a partir de las señales

$$m = \frac{E_s}{E_c} \quad (2.8)$$

### 2.1.2 Espectro y potencia de una señal modulada en amplitud

Para hallar el espectro de una señal modulada en amplitud partiremos de su expresión analítica, y aplicaremos las propiedades de la transformada de Fourier:

$$\begin{aligned} U_{AM}(t) &= V_0 [1 + m x(t)] \cos(2\pi f_p t) = \\ &= V_0 [1 + m x(t)] \frac{e^{j2\pi f_p t} + e^{-j2\pi f_p t}}{2} = \\ &= \frac{V_0}{2} (e^{j2\pi f_p t} + e^{-j2\pi f_p t}) + \frac{mV_0}{2} (x(t) e^{j2\pi f_p t} + x(t) e^{-j2\pi f_p t}) \quad (2.9) \end{aligned}$$

Por la propiedad del desplazamiento en frecuencia de la transformada de Fourier, que describe la transformada cuando nos desplazamos de  $w = 0$  a  $w = w_0$ :

$$\text{Si } f(t) \iff F(w)$$

$$\text{Entonces } f(t) e^{jw_0 t} \iff F(w - w_0) \quad (2.10)$$

(y que precisamente se llama también *propiedad de la modulación*), resulta que al aplicar la transformada de Fourier a la ecuación 2.9 el resultado es la ecuación 2.11

$$F(U_{AM}(t)) = \frac{V_0}{2} [\delta(f - f_p) + \delta(f + f_p)] + \frac{mV_0}{2} [X(f - f_p) + X(f + f_p)] \quad (2.11)$$

donde  $\delta$  es la función **Delta de Dirac**:

$$\delta(\omega) = \begin{cases} 1 & \omega = 0 \\ 0 & \omega \neq 0 \end{cases}$$

$\delta(\omega)$  tiene área unidad, concentrada en el punto discreto  $\omega = 0$ . Por tanto, la expresión  $A \cdot \delta(f - f_0)$  representa en el espectro de amplitudes un armónico de amplitud  $A$  situado en la frecuencia  $f_0$ . Es decir, la expresión  $\frac{V_0}{2} \cdot \delta(f - f_p)$  nos indica que tendremos un armónico de amplitud  $\frac{V_0}{2}$  en la frecuencia de la señal portadora.

Por otro lado, la expresión 2.11 nos da el espectro **bilateral** de una señal modulada en amplitud, ya que la ecuación 2.9 tiene sus términos en forma exponencial. De esta forma, la ecuación 2.11 indica que el espectro tendrá una "raya" en la frecuencia de la portadora tanto en el semieje negativo como en el positivo. La amplitud de dicho armónico será de la mitad de la amplitud de la señal portadora. Esto, traducido al espectro unilateral, significa que tendremos un armónico en la frecuencia de la portadora que tendrá la amplitud de la portadora.

Por otro lado, el segundo corchete de la ecuación 2.11 nos indica que en ambos semiejes tendremos el espectro de la señal moduladora desplazado a  $f_p$ . Es decir, el segundo corchete nos define las **bandas laterales** del espectro:  $X(f - f_p)$  representa la banda lateral superior, en el semieje positivo. El término  $X(f + f_p)$  representa la banda lateral inferior, en el semieje negativo. Al traducir este espectro a la representación unilateral, resulta en el espectro de la señal moduladora trasladado a ambos lados de la frecuencia portadora.

Por tanto, el ancho de banda de la señal modulada en amplitud es **como mínimo**

$$B = 2W \quad (2.12)$$

Es decir, al modular en amplitud necesitamos el doble del ancho de banda necesario para enviar el mensaje en banda base.

Para hallar la potencia de una señal modulada en amplitud utilizaremos el teorema de Rayleigh, que es el equivalente al teorema de Parseval pero para funciones no periódicas, y nos dice que la potencia media de una señal se puede obtener a partir de us espectro:

$$\bar{P} = \int_{-\infty}^{+\infty} |U_{AM}(f)|^2 df \quad (2.13)$$

Por tanto, del primer término de la ecuación 2.11 tenemos que

$$\begin{aligned}
& \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{V_0}{2} \right|^2 \cdot 2 |\delta(f - f_p)|^2 df = \\
& = \left| \frac{V_0}{2} \right|^2 \cdot 2 \int_{-\infty}^{+\infty} |e^{j2\pi f_p t}|^2 dt = \\
& = \frac{V_0^2}{2}
\end{aligned} \tag{2.14}$$

(ver [5], página 248, “Densidad espectral de energía de señales aperiódicas”). Hay que indicar aquí que si  $z$  es un número complejo,  $z = (x + jy)$ , y  $e^z = e^{(x+jy)}$  Por tanto,  $|e^z| = |e^x|$ . Luego  $|e^{j2\pi f_p t}| = e^0 = 1$ , y  $|e^{j2\pi f_p t}|^2 = 1^2 = 1$

Por otro lado, del segundo término de la ecuación 2.11 tendremos

$$\begin{aligned}
& \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{mV_0}{2} [X(f - f_p) + X(f + f_p)] \right|^2 df = \\
& = \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{mV_0}{2} \right|^2 \cdot 2 \cdot |X(f - f_p)|^2 df = \\
& = \frac{(mV_0)^2}{4} \cdot 2 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 |e^{j2\pi f_p t}|^2 dt = \\
& = \frac{(mV_0)^2}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \\
& = \frac{m^2 V_0^2}{2} \cdot \bar{x}(t)^2
\end{aligned} \tag{2.15}$$

Por tanto,

$$\bar{P} = \frac{V_0^2}{2} + \frac{m^2 V_0^2}{2} \bar{x}(t)^2 = \frac{V_0^2}{2} [1 + m^2 \bar{x}(t)^2] \tag{2.16}$$

Como la potencia de una señal senoidal de amplitud  $V_0$  es precisamente  $\frac{V_0^2}{2}$ , entonces se puede **acotar** la potencia de una señal modulada en amplitud en función de la potencia de la señal portadora, y queda de la siguiente manera:

$$\bar{P} = P_p (1 + m^2 \bar{x}(t)^2) \tag{2.17}$$

Sin embargo, cuando la señal moduladora es senoidal esta fórmula se modifica, quedando de la siguiente forma:

$$\bar{P} = P_p \left( 1 + \frac{m^2}{2} \right) \quad (2.18)$$

La demostración de que efectivamente al tener como moduladora una señal senoidal el porcentaje de potencia de la portadora cambia, se deja al alumno. Como orientación, la forma de demostrarlo consiste en desarrollar la expresión de la señal modulada en amplitud, hallar el espectro de la señal modulada y de ahí obtener la potencia de la señal.

Por otro lado, se cumple que

$$|m\bar{x}(t)| \leq 1 \rightarrow |m^2\bar{x}(t)^2| \leq 1 \quad (2.19)$$

Por tanto, la ecuación 2.17 nos dice que al menos el 50 % de la potencia de una señal AM corresponde a la potencia de la portadora, que no lleva información útil.

Así pues, podemos decir que las características fundamentales de la modulación AM son:

- Al menos el 50% de la potencia de la señal modulada se usa para transmitir la señal portadora, que no contiene información.
- La señal transmitida contiene información redundante, ya que transmite 2 veces el espectro de la señal moduladora
- El ancho de banda de la señal modulada es el doble del ancho de banda de la señal en banda base

Debido a esta serie de características desventajosas, surgieron otras modalidades de modulación AM. La modalidad que hemos estudiado se denomina DSBFC-AM, del inglés *Double Side Band Full Carrier AM*, o modulación AM de doble banda lateral con portadora. Sin embargo existen otras:

**Modulación en doble banda lateral:** (En inglés DSB-AM, de *Double Side Band AM*), en esta modalidad de modulación AM no se transmite la portadora, ya que no lleva información útil, dejando el espectro en las dos bandas laterales. Con ello ahorramos el



50% de la potencia. Sin embargo en este caso la envolvente de la señal modulada ya no es una representación fiel del mensaje. En este caso el término general de la señal modulada es

$$U_{DBL}(t) = V_0 m x(t) \cos(2\pi f_p t) \quad (2.20)$$

**Modulación en banda lateral única:** (En inglés SSB-AM, de *Single Side Band AM*) En esta modalidad de modulación AM sólo se transmite una de las dos bandas laterales del espectro de la señal modulada en amplitud

## 2.2 Modulación en Fase

A la modulación en amplitud también se le denomina modulación lineal, puesto que la señal modulada es una combinación lineal de la señal moduladora y portadora. Sin embargo, a la modulación en fase y en frecuencia se les denomina también **modulación angular**, ya que en estos casos es la fase o ángulo de la portadora lo que varía con el mensaje. En la modulación angular el espectro de la señal no está relacionado a simple vista con el espectro del mensaje.

La forma de la señal modulada en ángulo o fase es

$$v(t) = V_0 \cos \phi_p(t) = V_0 \operatorname{Re} [e^{j\phi_p(t)}] \quad (2.21)$$

donde  $V_0$  es constante y  $\phi_p(t)$  es función del mensaje a transmitir

Se define la **pulsación instantánea** ( o frecuencia instantánea, si se divide por  $2\pi$ ) como

$$w_i(t) = \frac{d\phi_p(t)}{dt} \quad (2.22)$$

Pues bien, hay dos métodos de modulación angular: en fase y en frecuencia. Ello resulta de desglosar  $\phi_p(t)$  en

$$\phi_p(t) = \omega_p(t) + \Theta_p(t) = 2\pi f_p t + \Theta_p(t) \quad (2.23)$$

En el caso de la modulación en fase es el término  $\Theta_p(t)$  el que varía de forma proporcional al mensaje:

$$\phi_p(t) = \omega_p(t) + \Theta_\Delta x(t) \quad (2.24)$$

donde  $\Theta_\Delta$  es la constante que representa la sensibilidad del modulador en rad/V.  $\Theta_\Delta \leq 2\pi$ . Es decir, es el índice de modulación de Fase.

La señal modulada en fase tiene la expresión general

$$v_{PM}(t) = V_0 \cos(\omega_p t + \Theta_\Delta x(t)) \quad (2.25)$$

Y la pulsación instantánea es

$$\begin{aligned} w_i(t) &= \omega_p + \Theta_\Delta \frac{dx(t)}{dt} \\ f_i(t) &= f_p + \frac{1}{2\pi} \alpha_\Delta \frac{dx(t)}{dt} \end{aligned} \quad (2.26)$$

## 2.3 Modulación en frecuencia

En este tipo de modulación lo que varía linealmente con el mensaje no es la fase, si no la frecuencia. Sin embargo, la frecuencia de una señal es la velocidad de cambio de la fase:

$$\Theta'_p(t) = \frac{d\Theta_p(t)}{dt} = \omega_\Delta x(t) \quad (2.27)$$

Donde  $\omega_\Delta$  es la constante de proporcionalidad expresada en Hz/V. Sustituyendo esta ecuación en la ecuación 2.22 resulta que ahora la pulsación instantánea es

$$w_i(t) = \frac{d\phi_p(t)}{dt} = \frac{d[2\pi f_p t + \Theta_p(t)]}{dt} = 2\pi f_p + \omega_\Delta x(t) \quad (2.28)$$

Por tanto, tenemos que

$$\phi_p(t) = \omega_p t + \int_{t_0}^t \omega_{\Delta} x(t) dt \quad (2.29)$$

Si comparamos esta ecuación con la ecuación 2.24 vemos cómo es similar. La diferencia está en que en esta ecuación el ángulo instantáneo es justo **la integral** del ángulo instantáneo que aparece en la ecuación 2.24

Si realizamos el cambio de variable  $\tau = t - t_0$ , entonces la expresión de una señal modulada en frecuencia es

$$V_{FM}(t) = V_0 \cos \left( \omega_p t + \int_0^t \omega_{\Delta} x(\tau) d\tau \right) \quad (2.30)$$

Efectivamente, tal como muestra la figura 2.5, el ángulo recorrido por el vector rotante (fasor) de la portadora se puede descomponer en dos ángulos, uno de los cuales vendría dado por el producto  $\omega_p t$  (ángulo = velocidad angular por el tiempo) y el otro viene dado como la integral de las velocidades angulares (frecuencias) instantáneas desde  $t_0$  hasta el instante  $t$ , tal como indica la ecuación 2.29.

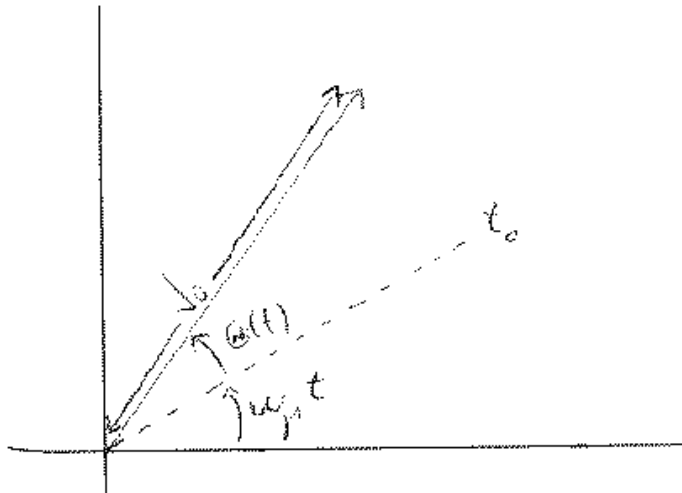


Figura 2.5: Ángulo recorrido por un fasor, descompuesto en dos sub-ángulos

### 2.3.1 Relación de la modulación en fase con la modulación en frecuencia

Dado que la frecuencia no es más que la variación de la fase con el tiempo, entonces la modulación en frecuencia puede considerarse como una modulación en fase donde la moduladora es la integral del mensaje que se iba a modular en fase. Inversamente, la modulación en fase se puede considerar como una modulación en frecuencia cuya moduladora es la derivada de la señal que se iba a modular en fase. Dicha relación se aprecia mejor si comparamos el ángulo y la frecuencia instantánea en cada tipo de modulación que aparecen en la tabla 2.1

	<i>Angulo Inst.</i>	<i>Frec. Inst.</i>
PM	$\Theta_{\Delta} x(t)$	$f_p + \frac{1}{2\pi} \Theta_{\Delta} x'(t)$
FM	$\int_0^t \omega_{\Delta} x(\tau) d\tau$	$f_p + f_{\Delta} x(\tau)$

Tabla 2.1: Relación de la modulación PM con la modulación FM

En general, el ancho de banda de una señal modulada en FM se puede obtener a partir de la **regla de Carlson**, que dice que  $B = 2f_m + 2\beta f_m$ , donde  $\beta$  es el **índice de modulación** de la modulación en frecuencia, y se define como la máxima desviación de la frecuencia instantánea de la señal modulada con respecto de la frecuencia portadora partido por la frecuencia de la moduladora.

La modulación en frecuencia tiene una ventaja fundamental con respecto a la modulación AM, y es su inmunidad al ruido. En la modulación AM cualquier ruido o pico de tensión que se introduzca en la señal alterará la amplitud de esta, distorsionando por tanto el mensaje que recibirá el receptor. En la modulación en frecuencia, aunque cualquier ruido introduzca picos de tensión en la señal el mensaje va codificado en la frecuencia de la misma. Por tanto, al receptor no le importa que la señal recibida tenga distorsionada la amplitud, ya que lo que usa para decodificar el mensaje es la frecuencia de la señal.

## 2.4 Modulación por desplazamiento en amplitud (ASK)

Este tipo de modulación y los 2 que veremos a continuación son un caso particular de la modulación en amplitud, frecuencia y fase. Simplemente en estos casos la señal moduladora es una señal digital, con sólo dos valores.

En el caso de la modulación ASK, tenemos que la señal es de la forma

$$U_{\text{ASK}}(t) = [A \pm V] \cos(2\pi f_p t) \quad (2.31)$$

si sacamos factor común de  $A$  en el lado derecho de la ecuación 2.31 obtenemos

$$U_{\text{ASK}}(t) = A \left[ 1 \pm \frac{V}{A} \right] \cos(2\pi f_p t) = A [1 \pm m] \cos(2\pi f_p t) \quad (2.32)$$

Es decir, tenemos la misma expresión que en una señal modulada en amplitud pero como sustituyendo el mensaje normalizado por un "1" o un "-1" (suponemos que el valor 1 lógico corresponde a una amplitud  $X$  y el 0 lógico a una amplitud de  $-X$  voltios. Al normalizar, estas amplitudes quedan en 1 y -1). Por tanto, la señal modulada será una senoidal que en cada intervalo de un bit tendrá una amplitud de  $A[1 + m]$  o de  $A[1 - m]$ , según si la señal moduladora es una "1" o un "0". Podemos ver un ejemplo en la figura 2.6.

En el caso de que el índice de modulación  $m$  fuera 1, , la amplitud de la señal modulada pasaría de  $2A$  a 0, y la señal tendría la forma que aparece en la figura 2.7. Este caso particular se denomina *modulación OOK*, del inglés ON-OFF Keying.

La modulaciones AM y ASK son susceptibles a ruidos y picos de tensión, y por ello no se utilizan mucho con líneas de transmisión. Sin embargo, la modulación ASK se utiliza sobre todo para transmitir datos digitales sobre fibra óptica, ya que en este caso la magnitud portadora es la luz, insensible a picos de tensión eléctrica. Un "1" consiste en un pulso de luz emitida por un led, y un "0" es ausencia de luz. La diferencia entre un "0" y la no transmisión la da una nivel residual de luz que emiten siempre los leds.

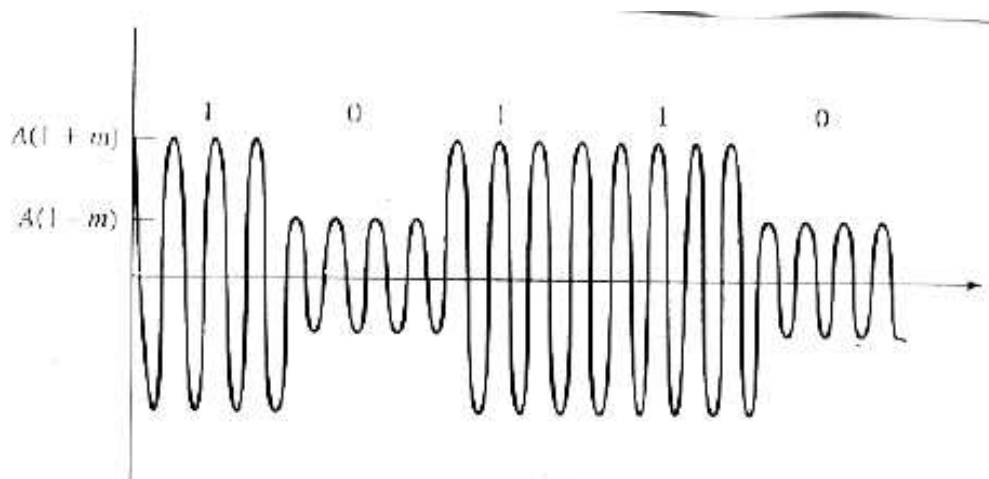


Figura 2.6: Forma de la señal ASK

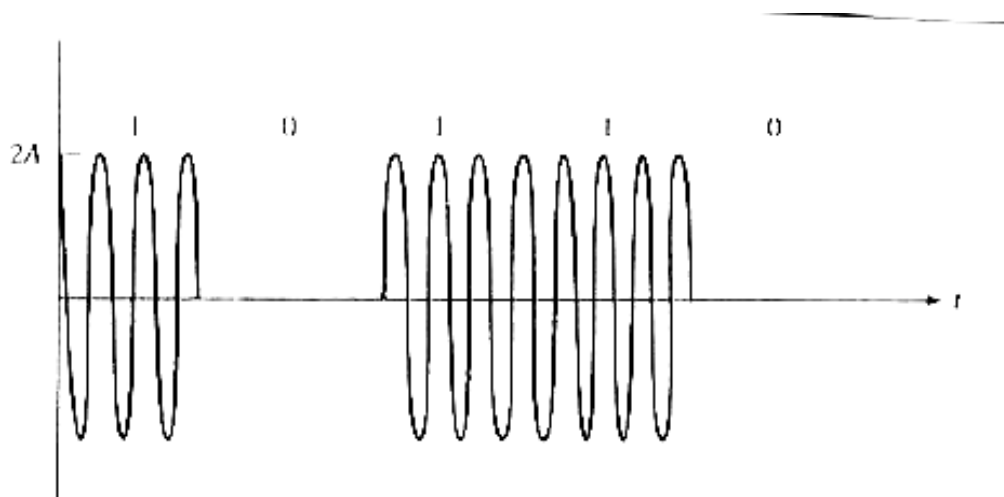


Figura 2.7: Forma de la señal OOK

## 2.5 Modulación por desplazamiento en frecuencia (FSK)

En este tipo de modulación los dos niveles de la señal moduladora producen un desplazamiento de distinto signo en la frecuencia de la portadora. La señal modulada por desplazamiento en frecuencia es de la forma

$$U_{\text{FSK}}(t) = \begin{cases} A \cos(2\pi f_1 t + \Theta_p) & f_1 = f_p + \Delta f_p \Leftrightarrow "1" \\ A \cos(2\pi f_2 t + \Theta_p) & f_2 = f_p - \Delta f_p \Leftrightarrow "0" \end{cases} \quad (2.33)$$

La modulación FSK se utiliza sobre todo para transmisión de datos **full-duplex** sobre líneas telefónicas, que fueron en principio diseñadas para la comunicación de voz de tipo half-duplex (en una conversación telefónica uno habla mientras el otro escucha. Si hablan los dos simultáneamente no se entiende nada). Concretamente se usa en algunos modems.

La forma de conseguir una transmisión full duplex es la siguiente: la línea telefónica tiene un ancho de banda de aproximadamente 3,4 kHz. Pues para conseguir comunicación full duplex el ancho de banda de la línea se divide en dos subcanales de 1700 Hz, tal como muestra la figura 2.8

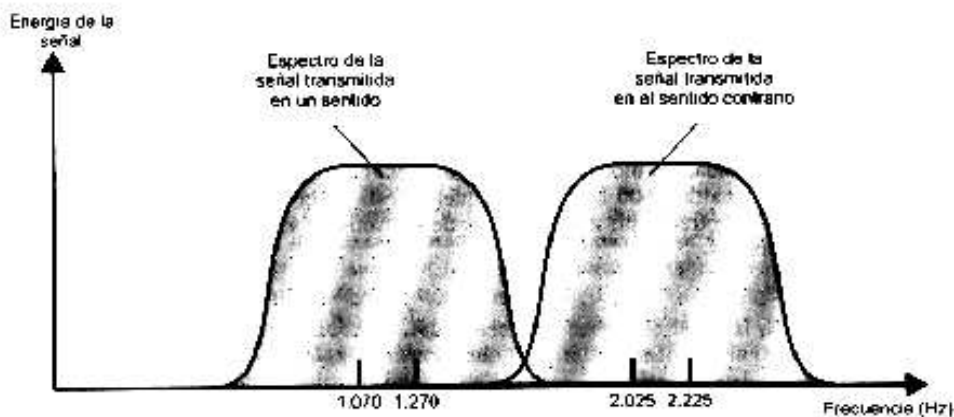


Figura 2.8: Comunicación de datos full-duplex sobre líneas telefónicas

Para la transmisión en un sentido se usa la frecuencia portadora de 1170 Hz, y para el otro sentido se usa la frecuencia portadora de 2125 Hz. El desplazamiento con respecto de las portadoras es de 100 Hz, de tal forma que en un sentido los unos lógicos se transmitirán

a 1270 Hz, y los ceros a 1070 Hz. En sentido contrario las frecuencias serán de 2225 Hz y 2025 Hz, respectivamente.

### 2.5.1 MFSK: FSK múltiple

Un uso más eficaz del ancho de banda, aunque también más susceptible a errores, es el FSK múltiple, donde se usan más de 2 frecuencias portadoras. Con esta técnica cada elemento de señalización (cada tono simple en una frecuencia) **representa más de 1 bit**. La señal MFSK se define como

$$U_{\text{MFSK}}(\mathbf{t}) = A \cos(2\pi f_i t) \quad 1 \leq i \leq M \quad (2.34)$$

donde

$$f_i = f_c + (2i - 1 - M)f_d$$

$f_c$  = la frecuencia de la portadora

$f_d$  = la diferencia mínima de frecuencias entre cualquier tono y la frecuencia portadora

$M$  = número de elementos de señalización diferentes (4, 8, 16, etc.) =  $2^L$

$L$  = número de bits por elemento de señalización

Así, si  $L=2$  y  $M=4$  tenemos que

$$\left. \begin{aligned} f_4 &= f_c + (8 - 1 - 4)f_d = f_c + 3f_d \\ f_1 &= f_c + (2 - 1 - 4)f_d = f_c - 3f_d \end{aligned} \right\} \Rightarrow B = 6f_d \quad (2.35)$$

La figura 2.9 muestra un diagrama temporal de la secuencia de frecuencias o tonos usados en cada instante de tiempo con la técnica MSFK. Para igualar la velocidad de transmisión a la entrada del modulador con la velocidad de la salida del modulador se debe generar cada elemento de señalización durante un periodo  $T_s = LT$  segundos, donde  $T$  es el periodo de 1 bit (la inversa de la velocidad de transmisión a la entrada). Por tanto, cada elemento de señalización (que en este caso es un tono o armónico puro con frecuencia constante) codificará  $L$  bits.



El ancho de banda necesario para esta técnica de modulación es  $2 \cdot M \cdot f_d$ . Por otro lado, se puede demostrar que la separación mínima en frecuencia necesaria ( $2 \cdot f_d$ ) es de  $2 \cdot f_d = 1/T_s$ , por lo que el modulador requerirá un ancho de banda mínimo de  $B = 2Mf_d = M/T_s$

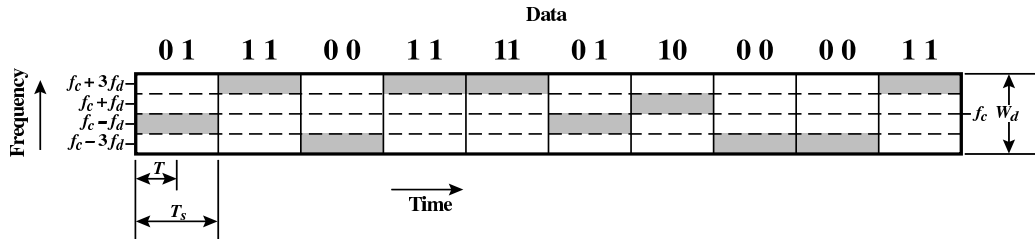


Figure 5.9 MFSK Frequency Use ( $M = 4$ )

Figura 2.9: Diagrama del uso de las frecuencias en MSFK con  $M = 4$  y  $L = 2$

## 2.6 Modulación por desplazamiento de fase (PSK)

En este tipo de modulación la fase de la portadora se desplaza para representar datos. La forma más simple de modulación PSK se denomina BPSK o PSK binaria. En este tipo de modulación la señal toma un desfase de cero grados para el nivel lógico 1 y un desfase de 180 grados para el nivel lógico cero. En este caso la señal BPSK tiene la expresión de la ecuación 2.36:

$$U_{\text{BPSK}}(t) = \begin{cases} A \cos(2\pi f_p t + \pi) & \Leftrightarrow "0" \\ A \cos(2\pi f_p t) & \Leftrightarrow "1" \end{cases} \quad (2.36)$$

Para estudiar el ancho de banda de esta señal debemos analizar el modulador utilizado para generarla. El más sencillo es el que aparece en la figura 2.10. Este modulador consta de un rectificador y unos diodos.

Cuando la señal moduladora es positiva (+V, un 1 lógico) sólo conduce los diodos  $D_1$  y  $D_2$ , mientras que los demás están en corte. Por tanto la salida es la señal portadora en fase con la señal de entrada al modulador. En el caso contrario conducen los diodos  $D_3$

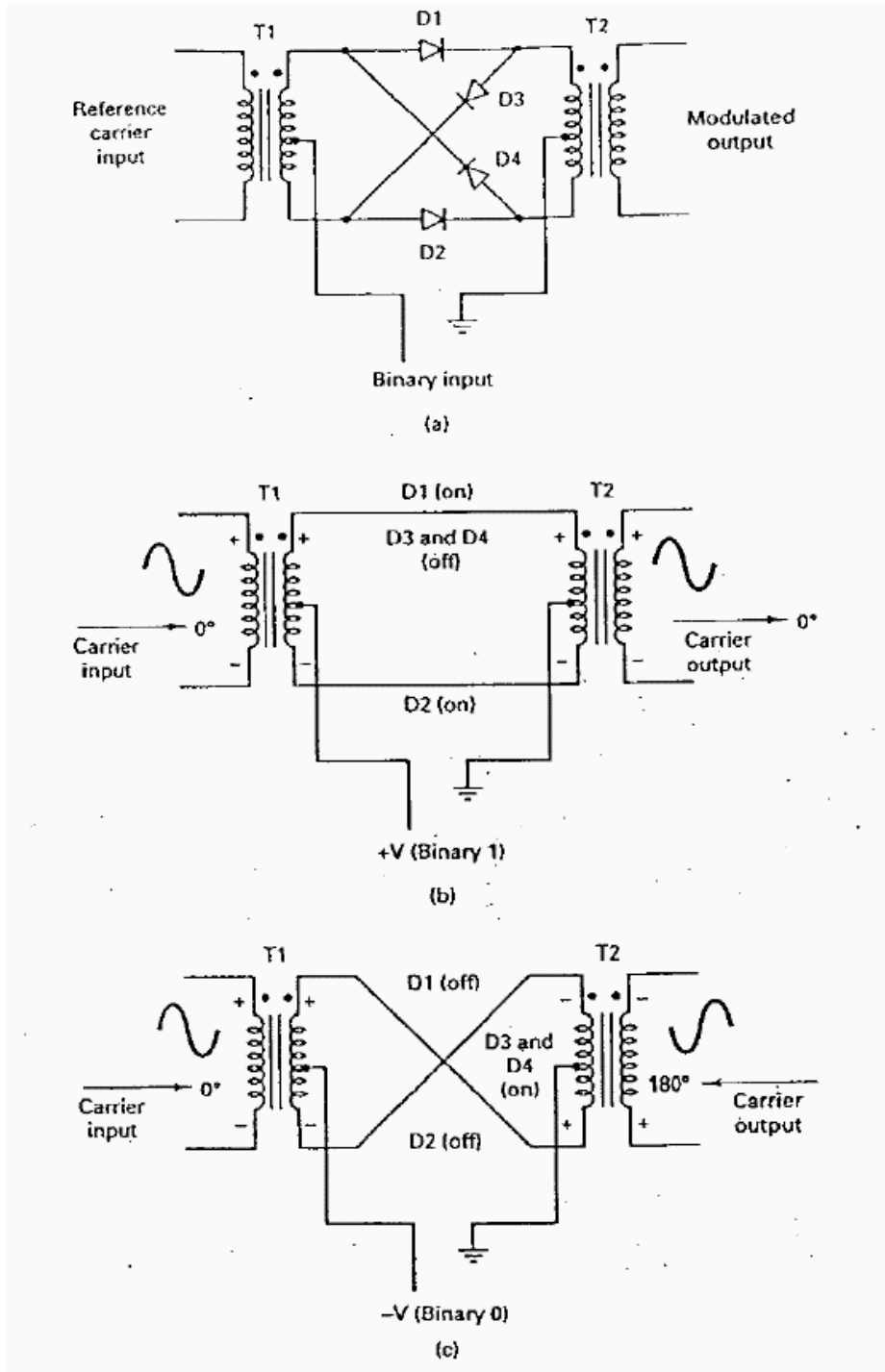


Figura 2.10: Modulador BPSK

y  $D_4$ , quedando cortados  $D_1$  y  $D_2$ . En este caso la señal de salida del sistema es la misma señal portadora pero con la fase invertida. La figura 2.11 nos muestra la tabla de verdad del modulador, su diagrama de fasores y el diagrama constelación (este último no es más que el diagrama de fasores sustituyendo estos por el punto donde estarían sus vértices).

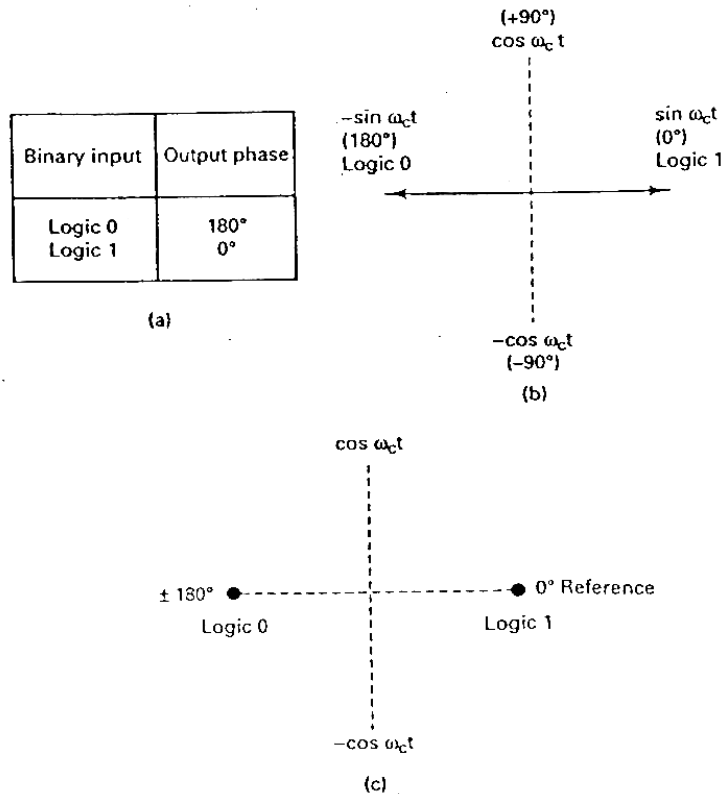


Figura 2.11: Diagrama de fasores del modulador BPSK

Pues bien, se puede demostrar que la salida de este modulador es la señal  $s(t)$ , donde

$$s(t) = (\text{sen}(w_m t)) \cdot (\text{sen}(w_p t)) = \frac{1}{2} \cos(w_p - w_m)t + \frac{1}{2} \cos(w_p + w_m)t \quad (2.37)$$

Por tanto, el ancho de banda en radianes será  $B = w_p + w_m - (w_p - w_m) = 2w_m$ . Pero como en una señal digital cuadrada la frecuencia máxima es la mitad de la velocidad de transmisión (en el mejor de los casos), tendremos que como mínimo

$$B = 2w_m = 2\frac{V_{trans}}{2} = V_{trans} \quad (2.38)$$

Frente a este tipo de modulación PSK, han surgido otras modalidades con el objetivo de reducir el ancho de banda necesario. Vamos a ver la mayoría de ellas, y el ancho de banda que ocupan.

### 2.6.1 Modulación QPSK

La modulación QPSK (de Quadrature Phase Shift Keying) utiliza desplazamientos de 90 grados, y codifica dos bits en cada desplazamiento. Así, la fórmula de la señal modulada QPSK es la siguiente:

$$\mathbf{U}_{\text{QPSK}}(t) = \begin{cases} A \cos(2\pi f_p t + 45^\circ) & \Leftrightarrow "11" \\ A \cos(2\pi f_p t + 135^\circ) & \Leftrightarrow "10" \\ A \cos(2\pi f_p t + 225^\circ) & \Leftrightarrow "00" \\ A \cos(2\pi f_p t + 315^\circ) & \Leftrightarrow "01" \end{cases} \quad (2.39)$$

La figura 2.12 muestra el modulador utilizado para la modulación QPSK.

Este modulador se construye a partir del modulador BPSK. Consta de dos moduladores BPSK, a los cuales le llega una señal moduladora de la mitad de frecuencia que la señal moduladora original, ya que se necesitan dos bits para poder establecer el desfase. A uno de los moduladores le llega una portadora sin desfasar, mientras que al otro le llega la portadora desfasada en 90 grados, es decir, un coseno. La salida de ambos moduladores va a un sumador lineal, de forma que el desfase a la salida del modulador vendrá dado por cada uno de los 4 posibles valores de  $\pm \text{sen}(w_p t) \pm \text{cos}(w_p t)$ . Estos valores determinan cada uno de los desfases expresados en la expresión analítica de la señal modulada QPSK. La figura 2.13 muestra la tabla de verdad, el diagrama de fasores y el diagrama constelación de este modulador.

La ventaja de este tipo de modulación es que reduce el ancho de banda necesario para modular. Efectivamente, la salida de este modulador se puede expresar también como

$$s(t) = (\text{sen}(w_m t)) \cdot (\text{sen}(w_p t)) = \frac{1}{2} \cos(w_p - w_m)t + \frac{1}{2} \cos(w_p + w_m)t \quad (2.40)$$

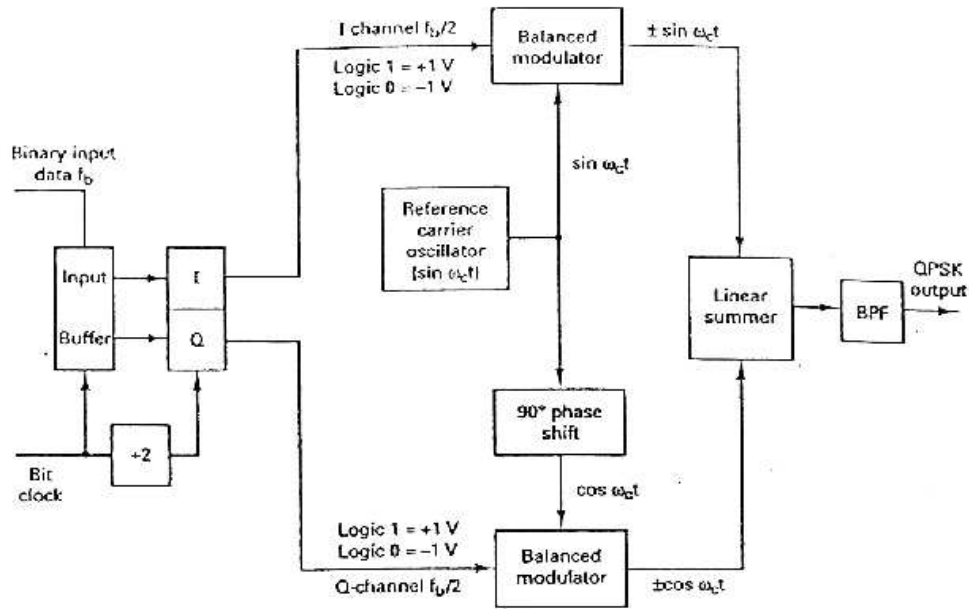


Figura 2.12: Modulador QPSK

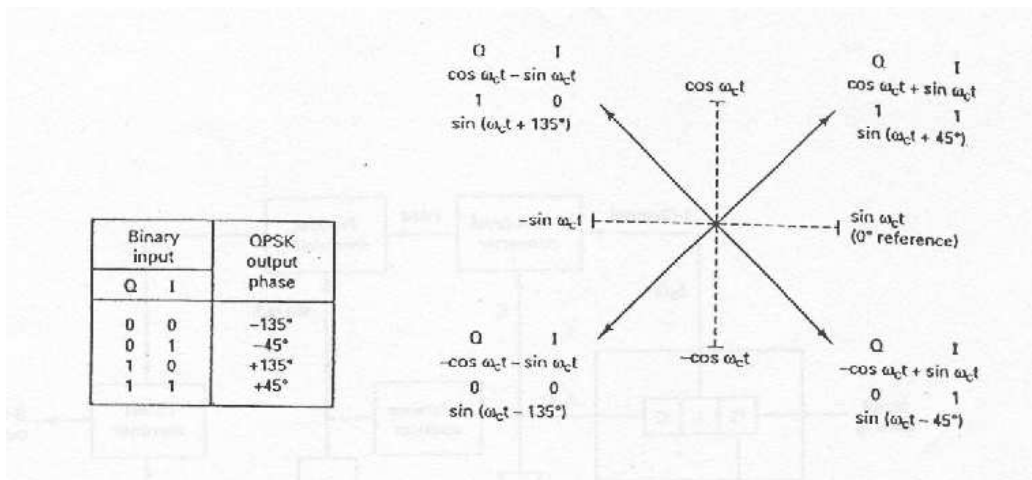


Figura 2.13: Tabla de verdad y diagrama de fasores QPSK

Así pues, el ancho de banda es también  $B = w_p + w_m - (w_p - w_m) = 2w_m$ . Sin embargo, ahora la frecuencia de entrada a los moduladores es la mitad de la frecuencia de la señal moduladora, ya que se necesitan dos bits para modular. Por tanto, el ancho de banda es la mitad de la velocidad de transmisión.

### 2.6.2 Modulación 8-PSK, 16-PSK, 8QAM y 16 QAM

De la misma forma que la modulación QPSK codifica dos bits con 4 desfases distintos posibles, la modulación 8-BPSK codifica 3 bits en cada valor de desfase (en cada fasor) con 8 posibles fasores. El modulador 8-BPSK es el que aparece en la figura 2.14, y la tabla de verdad y diagrama de fasores correspondientes a este modulador son las que aparecen en la figura 2.15

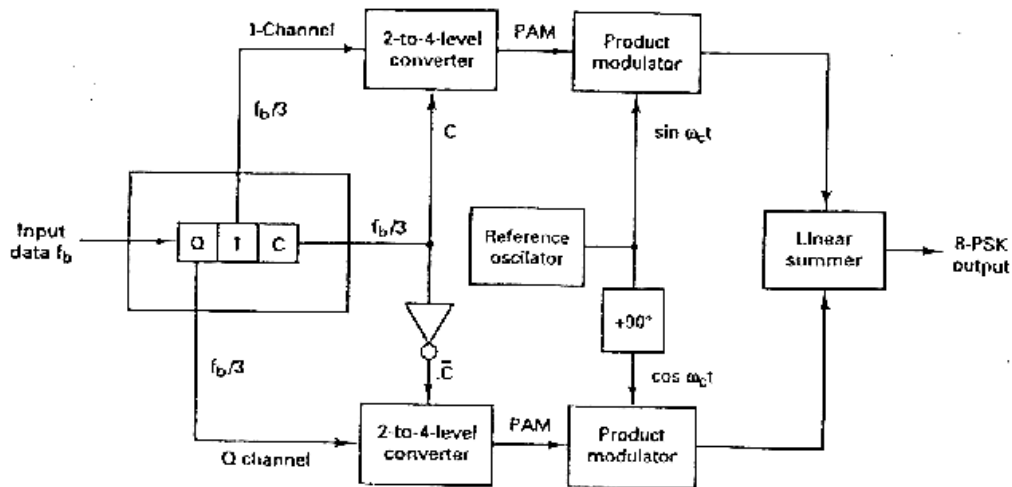


Figura 2.14: Modulador 8-BPSK

El ancho de banda necesario para modular una señal con este tipo de modulación, siguiendo los razonamientos anteriores, es de un tercio de la velocidad de transmisión. Como se puede apreciar, se puede reducir el ancho de banda necesario simplemente codificando más bits en cada fasor y añadiendo fasores. Sin embargo, esta técnica viene limitada por el espacio angular existente en una circunferencia. Al añadir más fasores, la separación entre ellos va disminuyendo. Así, la separación entre los fasores en la modulación BPSK era de  $\pi$  radianes, mientras que en la modulación QPSK es de  $\pi/2$  radianes y en la modulación

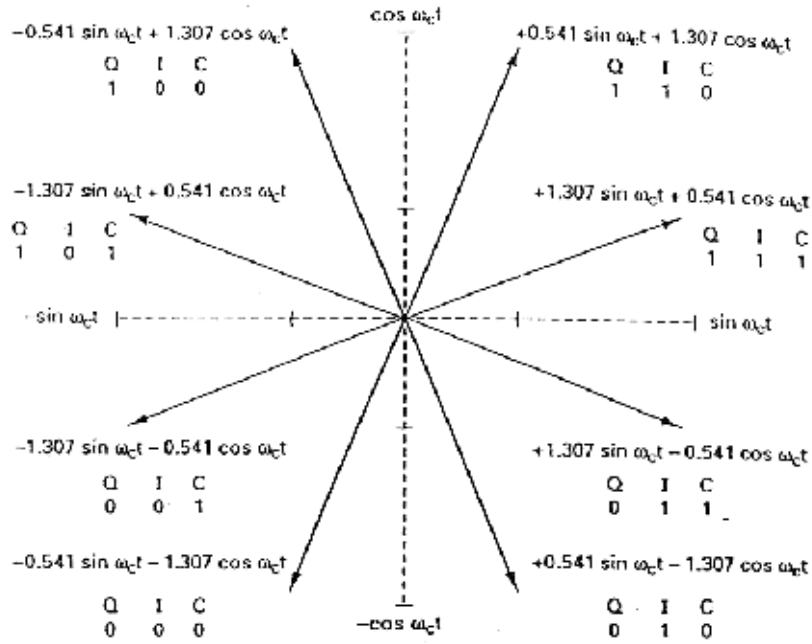


Figura 2.15: Diagrama de fasores 8-BPSK

8-PSK es de  $\pi/4$ . La modulación 16-PSK aún apura la separación entre fasores, de tal forma que presenta un diagrama de fasores como el que aparece en la figura 2.16

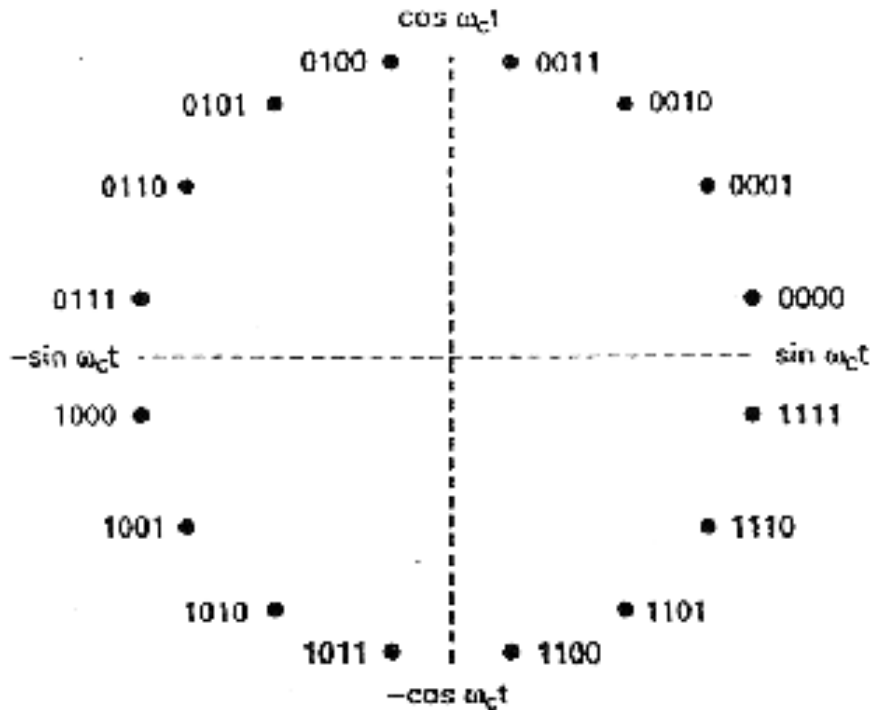


Figura 2.16: Diagrama constelación del modulador 16-BPSK

Como se puede apreciar, la separación entre fasores en la modulación 16-PSK es de sólo  $\pi/8$  radianes, aunque por otro lado el ancho de banda necesario para modular se reduce a un cuarto de la velocidad de transmisión de la señal moduladora. Es decir, la señal ocupa un ancho de banda menor pero es más susceptible al ruido ( si un ruido produce un desplazamiento de algún fasor, el receptor puede interpretar que el valor del fasor es uno distinto al fasor emitido por el emisor).

Debido a este decremento de la inmunidad al ruido en las modulaciones 8-PSK y 16-PSK, se introdujo un tipo distinto de modulación, la modulación **8-QAM** y la modulación **16-QAM**. Estos tipos de modulación se denominan de esta forma porque también modulan la señal variando la amplitud de la señal. La figura 2.17 muestra el diagrama de fasores de la modulación 8-QAM



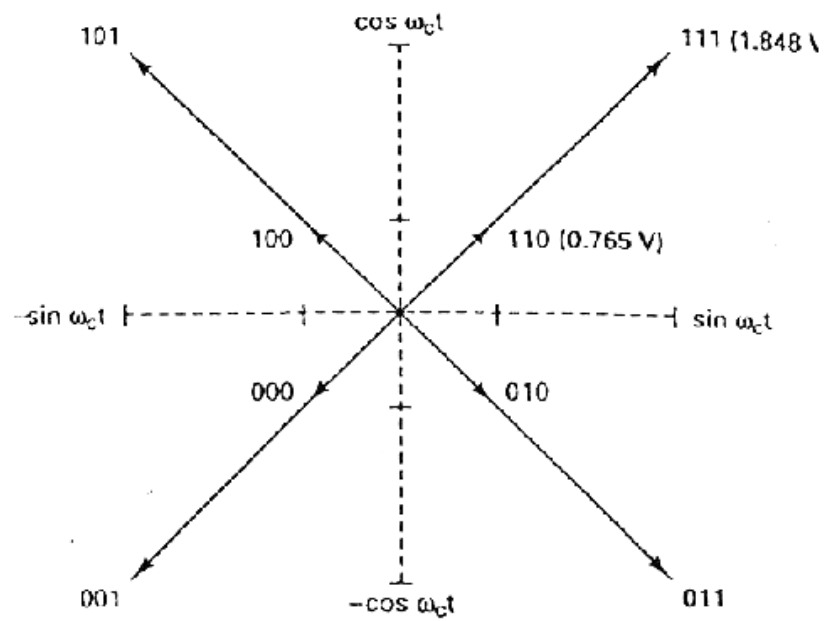


Figura 2.17: Diagrama de fasores 8-QAM

Como se puede apreciar en esta figura, la modulación 8-Qam tiene 8 fasores, pero divididos en 2 conjuntos de 4 fasores con el mismo desfase y distinta amplitud. De esta forma, seguimos reduciendo el ancho de banda necesario para modular la señal (en este caso el B también sería de un tercio de la velocidad de transmisión de la señal moduladora) manteniendo aceptable a sensibilidad al ruido.

De la misma forma, el diagrama de fasores de la modulación 16-QAM es el que aparece en la figura 2.18. Esta modulación tiene 12 fasores con una amplitud y 4 fasores con el desfase repetido y distinta amplitud.

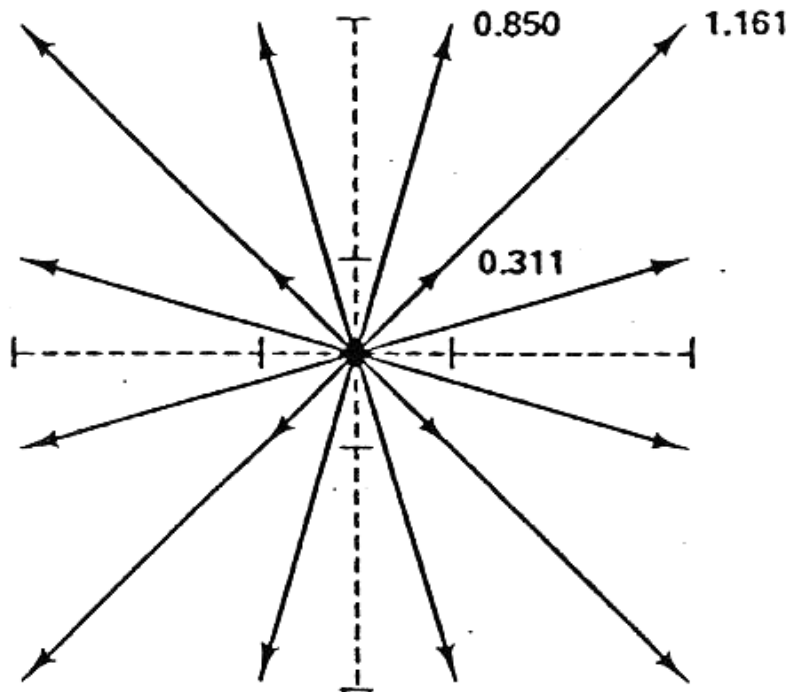


Figura 2.18: Diagrama de fasores 16-QAM

---

## 3 MUESTREO DE LA SEÑAL. MODULACIÓN POR PULSOS

---

### 3.1 Modulación por pulsos. Ventajas

Hasta ahora hemos visto tipos de modulación en los que la señal portadora era analógica. En el resto del tema estudiaremos tipos de modulación en los que la señal portadora es un tren de pulsos digitales. Efectivamente, si la señal moduladora tiene un ancho de banda finito o acotado de alguna forma, entonces el Teorema de Muestreo demuestra que no es necesario que la portadora sea analógica para transmitir fielmente la moduladora. Por tanto, se puede muestrear la portadora y enviar un tren de pulsos como portadora. La señal moduladora modificará algún parámetro de ese tren de pulsos. Realizando este muestreo obtenemos las siguientes ventajas con respecto a la modulación con portadora analógica:

1. La potencia necesaria para transmitir la señal puede concentrarse en los instantes de la emisión de los pulsos.
2. Si la señal modulada A es un tren de pulsos y el intervalo entre pulsos (el intervalo de muestreo) lo permite, se puede enviar otro tren de pulsos de otra señal B en los intervalos entre pulsos de la señal A. Es lo que se denomina **Multiplexación por división en el tiempo (TDM)**.
3. Un tren de pulsos es más inmune al ruido que una señal analógica, puesto que si hay un pico de ruido entre 2 pulsos consecutivos el ruido no afectaría al tren de pulsos, mientras que sí que afectaría a la señal analógica.

Estas ventajas llevaron al desarrollo de las técnicas de modulación que vamos a ver a continuación. Sin embargo, antes de comenzar a estudiar dichas técnicas, vamos a demostrar el teorema de muestreo.

### 3.1.1 Teorema de muestreo

Sea una señal  $x(t)$  analógica que queremos convertir en una señal digital. Para ello realizaremos  $f_m$  muestreos de la señal por segundo, donde cada muestreo consistirá en que un conmutador permitirá el paso de la señal  $x(t)$  durante  $\tau$  segundos y luego permanecerá a tierra el resto del periodo de muestreo ( $T = \frac{1}{f_m}$ ), de tal forma que a la salida del circuito de muestreo tendremos la señal muestreada  $x_s(t) = s(t) \cdot x(t)$ , donde  $s(t)$  es un tren de impulsos unitarios o Delta de Dirac. La figura 3.1 muestra esta operación.

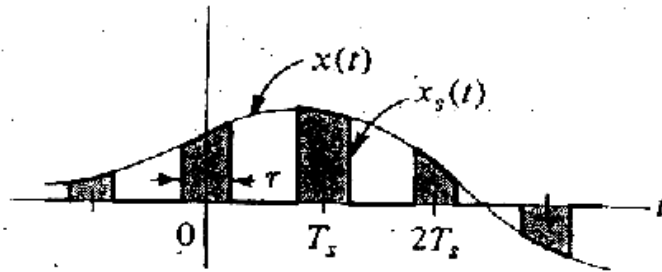


Figura 3.1: Muestreo de una señal analógica

Pues bien, el **Teorema de muestreo** dice que

*Toda señal muestreada conserva la misma información que la señal original siempre que la frecuencia de muestreo sea superior **como mínimo** al doble del ancho de banda de la señal analógica.*

La demostración de este teorema es la siguiente: Si la función  $s(t)$  es un tren de impulsos unitarios de anchura  $\tau$ , entonces la descomposición en series de Fourier de  $s(t)$  es

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_m \tau \operatorname{sinc}(nf_m\tau) e^{j2\pi n f_m t} = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} 2C_n \cos(nw_m t) \quad (3.1)$$

donde  $C_n = f_m \tau \operatorname{sinc}(nf_m\tau)$ , y donde  $w_m = 2\pi f_m$

Por tanto, se puede expresar  $x_s(t)$  como

$$x_s(t) = C_0 x(t) + 2C_1 x(t) \cos(w_m t) + 2C_2 x(t) \cos(2w_m t) + \dots \quad (3.2)$$

Como se cumple que

$$\cos(nw_m t) = \frac{e^{(jnw_m t)}}{2} + \frac{e^{(-jnw_m t)}}{2} \quad (3.3)$$

entonces cada término  $x(t)\cos(nw_m t) = x(t)\frac{e^{(jnw_m t)}}{2} + x(t)\frac{e^{(-jnw_m t)}}{2}$ , y por tanto por la propiedad del desplazamiento en frecuencia de la transformada de Fourier (ver ecuación 2.10) tenemos que al aplicar transformadas a la ecuación 3.2 cada término  $x(t)\cos(nw_m t)$  tendrá como transformada de Fourier el término  $\frac{X(w-w_m)}{2} + \frac{X(w+w_m)}{2}$ . Por tanto, la transformada de la señal muestreada será

$$X_s(f) = C_0 X(f) + C_1 [X(f - f_m) + X(f + f_m)] + C_2 [X(f - 2f_m) + X(f + 2f_m)] + \dots \quad (3.4)$$

Es decir, si  $X(f)$  tiene un ancho de banda limitado, entonces muestrear la señal consiste en dejar su espectro intacto (aunque multiplicado por  $C_0$ , según el primer sumando de la transformada) y repetirlo a lo largo de todo el espectro a intervalos de  $f_m$ . Por tanto, la pregunta es: A partir de  $x_s(t)$ , ¿Puede el receptor recuperar la señal original  $x(t)$ ? Si miramos la figura 3.2, que muestra el espectro de la señal muestreada, vemos que la condición necesaria consiste en poder filtrar este espectro y obtener el espectro original. Para ello lo que se debe de cumplir es que los espectros repetidos de la señal original no se solapen entre sí. O sea, se debe cumplir que  $f_m \geq 2W$ , donde  $W$  es el ancho de banda de la señal analógica sin muestrear. Si esto se cumple, entonces el espectro de la señal original siempre cabrá en el intervalo entre  $kf_m$  y  $(k+1)f_m$ . En este caso, poniendo un filtro paso banda para las frecuencias adecuadas, podemos filtrar el espectro de la señal original. En definitiva,  $f_m$  tiene que ser tal que entre dos múltiplos consecutivos de ella quepa el espectro de la señal original.

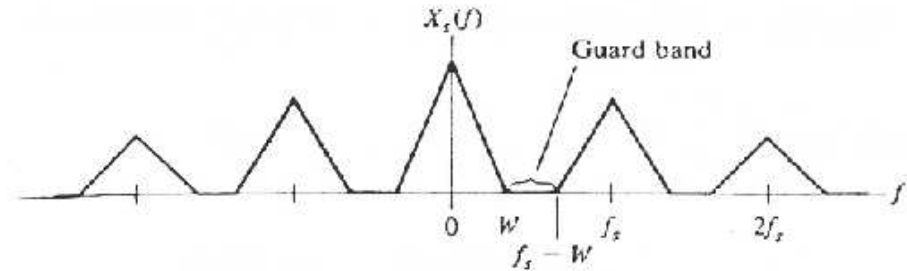


Figura 3.2: Espectro de la señal muestreada

### 3.2 Modulación por amplitud de pulsos (P.A.M.)

En este tipo de modulación, análogamente a las modulaciones ASK y AM, la amplitud de cada pulso es proporcional a la amplitud de la señal moduladora en el instante de muestreo. La figura 3.3 muestra una señal PAM.

La expresión general de la señal modulada es

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_k p(t - KT_m) \begin{cases} a_k = x(KT_m) = \text{Moduladora} \\ p(t) = \text{Pulso sin modular} \end{cases} \quad (3.5)$$

El pulso sin modular puede tener cualquier forma, mientras cumpla la condición de que

$$\mathbf{p}(t) = \begin{cases} 1 & t = 0 \\ 0 & t = \pm D, D \leq T_m/2 \end{cases} \quad (3.6)$$

La ventaja principal de la modulación PAM es la sencillez de los circuitos moduladores, ya que basta con que muestreen la señal. Un ejemplo lo tenemos en el circuito modulador que aparece en la figura 3.4

En este circuito, un pulso en el FET G1 cierra el interruptor, permitiendo que el condensador almacene la tensión muestreada. Si queremos pulsos de duración  $\tau$ , al cabo

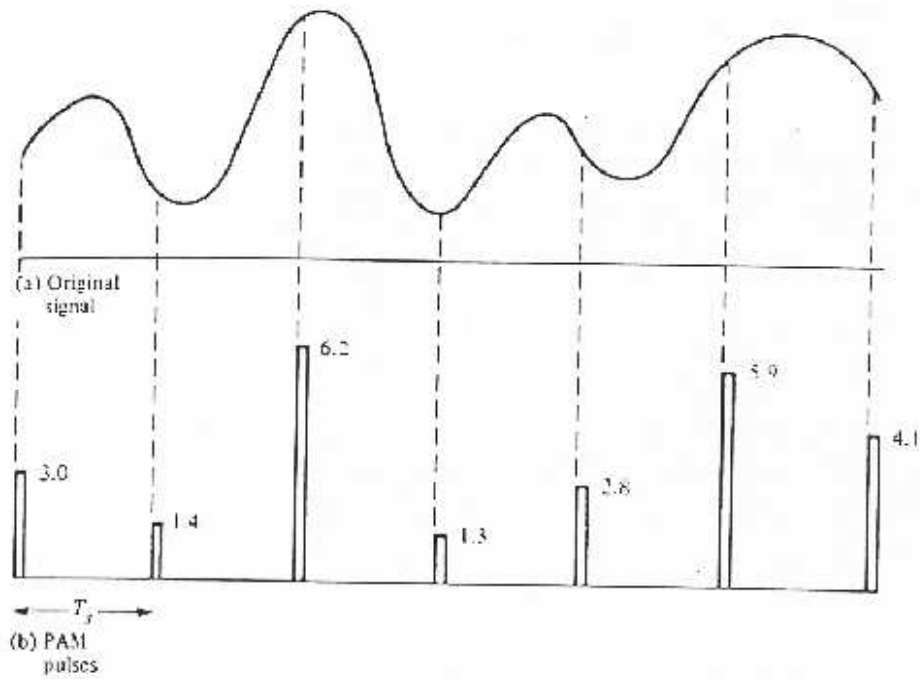


Figura 3.3: Modulación PAM

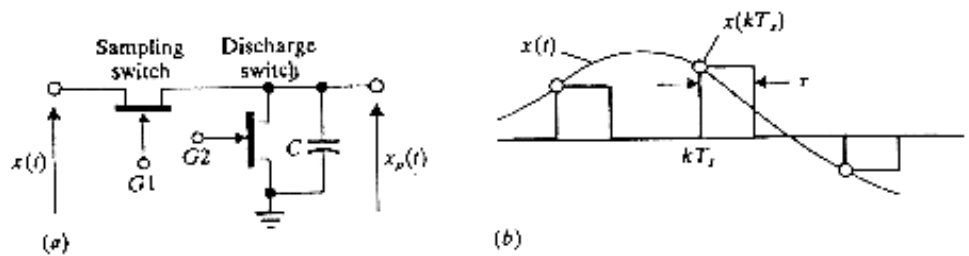


Figura 3.4: Modulador PAM "sample and hold"

de  $\tau$  segundos desde el pulso a G1 se envía un pulso a G2, con lo que cortocircuitamos el condensador, poniendo la salida a tierra.

El principal inconveniente de la modulación PAM es que es muy sensible al ruido, ya que el parámetro que se modula es la amplitud.

### 3.3 Modulación por duración del pulso (PDM o PWM)

En este tipo de modulación la amplitud de la señal moduladora en el instante de muestreo determina la duración del pulso, en cada intervalo de muestreo. Tal como muestra la figura 3.5, el circuito necesario para la modulación PWM consta únicamente de un amplificador operacional (comparador) y un generador de diente de sierra.

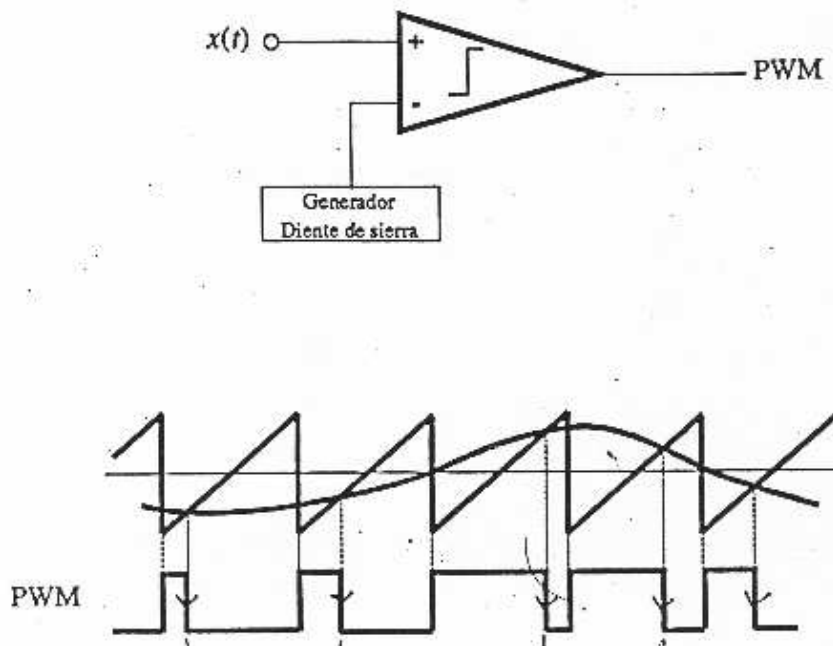


Figura 3.5: Modulador PWM y un ejemplo de la señal modulada

Por supuesto, la amplitud de la señal moduladora debe estar normalizada, de tal forma que para el valor máximo de esta la anchura del pulso sea siempre menor que el intervalo de muestreo. Es decir, la señal moduladora debe estar normalizada a la amplitud



de la señal diente de sierra. La principal desventaja de la modulación PWM es que no permite multiplexación de varias señales, ya que la duración del pulso es variable.

### 3.4 Modulación por posición de impulsos

En este tipo de modulación el parámetro que varía en función de la señal moduladora es el instante, dentro del periodo de muestreo, donde se produce el pulso. La figura 3.6 nos muestra un ejemplo.

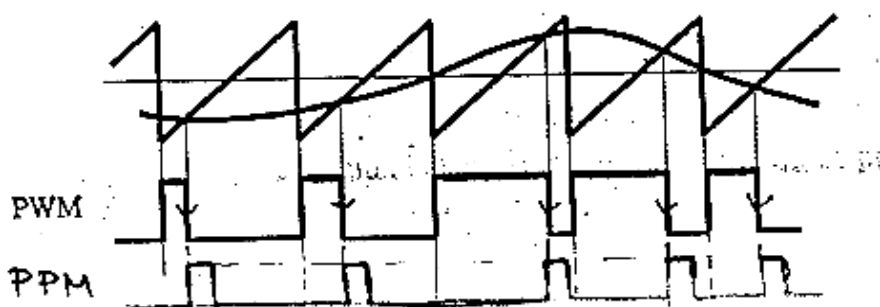


Figura 3.6: Señal modulada PPM

Para conseguir esta señal modulada basta con añadir un monoestable a la salida del circuito para PWM.

### 3.5 Modulación por codificación de impulsos (PCM)

La modulación PAM ocupa un ancho de banda relativamente pequeño y es la única que permite multiplexación TDM (multiplexación temporal de las señales), pero el gran problema que presenta es su baja inmunidad al ruido. Para eliminar este problema se diseñó la modulación por codificación de impulsos (en inglés Pulse Code Modulation). Como su propio nombre indica, consiste en codificar en binario el valor de los pulsos codificados mediante modulación PAM. La figura 3.7 muestra un ejemplo de esta clase de modulación.

La modulación PCM se utiliza en Televisión Digital, Lectores de CD, y en general sistemas digitales de transmisión o proceso de datos.

Al codificar en binario la señal PAM tenemos las siguientes ventajas:

1. Las señales pueden ser regeneradas durante el recorrido de las misma por el sistema de transmisión (mediante repetidores), ya que son símbolos discretos.
2. Se puede utilizar circuitería digital
3. Las señales se pueden procesar como se desee

La modulación PCM implica un proceso de **cuantificación**: proceso de digitalización de la señal analógica original, consistente en dividir una amplitud o rango en un número determinado de niveles a codificar. La cuantificación introduce un **error de cuantificación**, por el hecho de que al cuantificar aproximamos el valor analógico exacto por el valor del nivel más cercano. La figura 3.8 nos muestra gráficamente cómo queda una señal cuando se cuantifica con 8 niveles.

Este ruido se puede apreciar en el "siseo" audible en ciertos equipos cuando escuchamos un CD, o cuando vemos una película en un computador. Se ha demostrado que el ojo y el oído humanos no pueden detectar más de 16 niveles. Es decir, bastaría con codificar las señales con 4 bits). Sin embargo, las líneas telefónicas digitales proporcionan 256 niveles, y los CDs de Audio digital incorporan 65536 niveles (16 bits)

El problema del ruido o error de cuantificación es que se soluciona codificando un mismo rango de tensiones con más niveles (es decir, codificando cada valor con más bits). Sin embargo, codificar con más bits significa que en el mismo intervalo de muestreo tenemos que enviar más bits, es decir, necesitamos más ancho de banda.

Normalmente en la modulación PCM se utiliza notación de signo-magnitud, tal como muestra la figura 3.9

Una señal codificada en PCM se caracteriza por los siguientes parámetros:

**Resolución:** Es el voltaje que codifica el bit menos significativo. También se puede definir como la menor tensión distinta de 0 que se puede codificar.

**Error de cuantificación máximo:** Es la mitad de la resolución, ya que al cuantificar el peor caso será cuando el valor analógico este justo entre dos niveles o códigos.

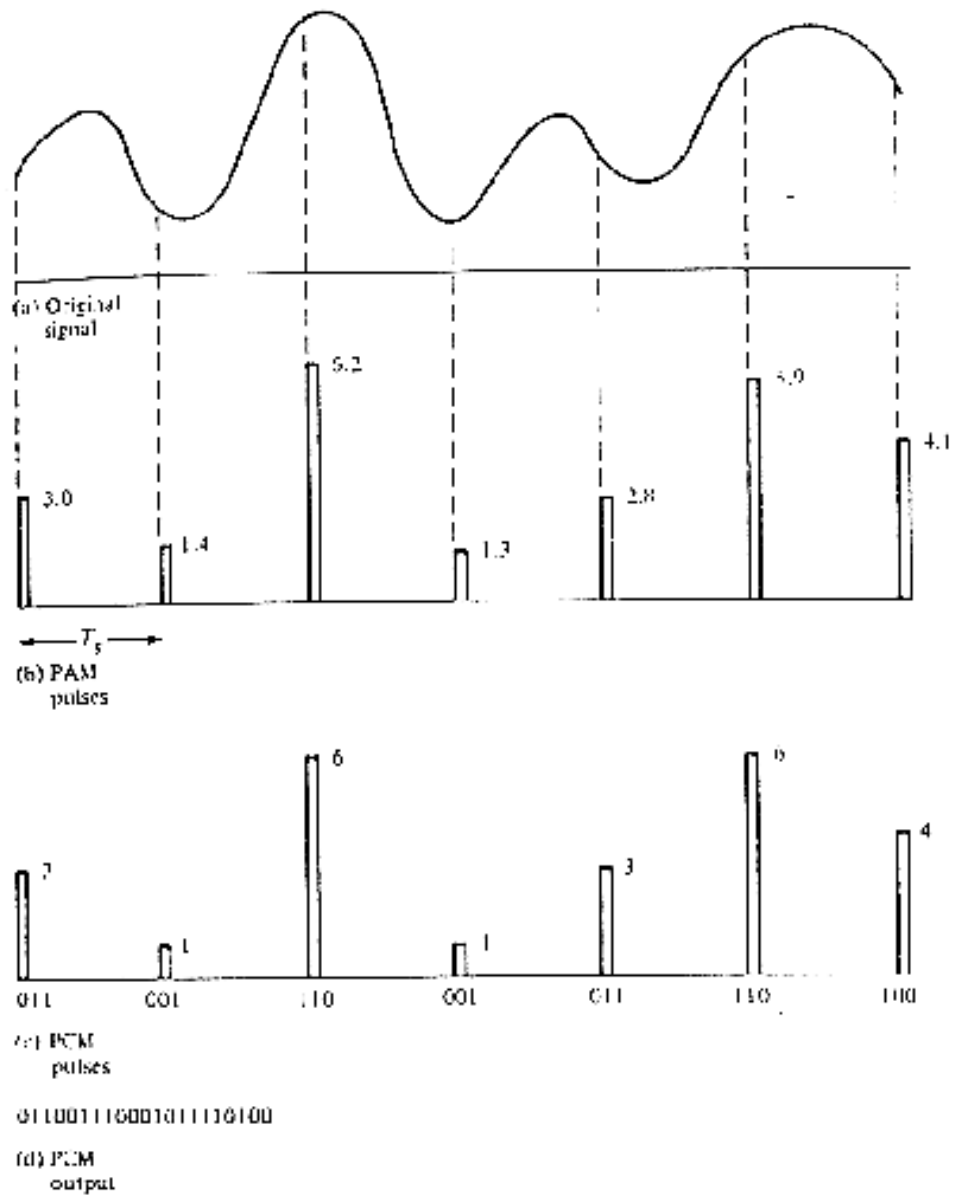


Figura 3.7: Señal modulada PCM

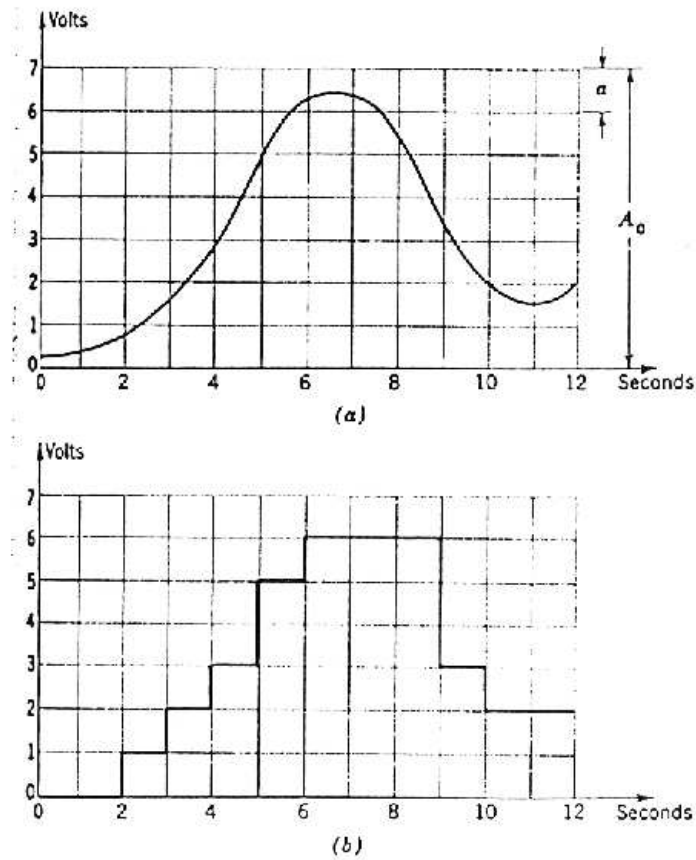


FIGURE 3-15

Figura 3.8: Modificación producida en una señal al cuantificar con 8 niveles (3 bits)

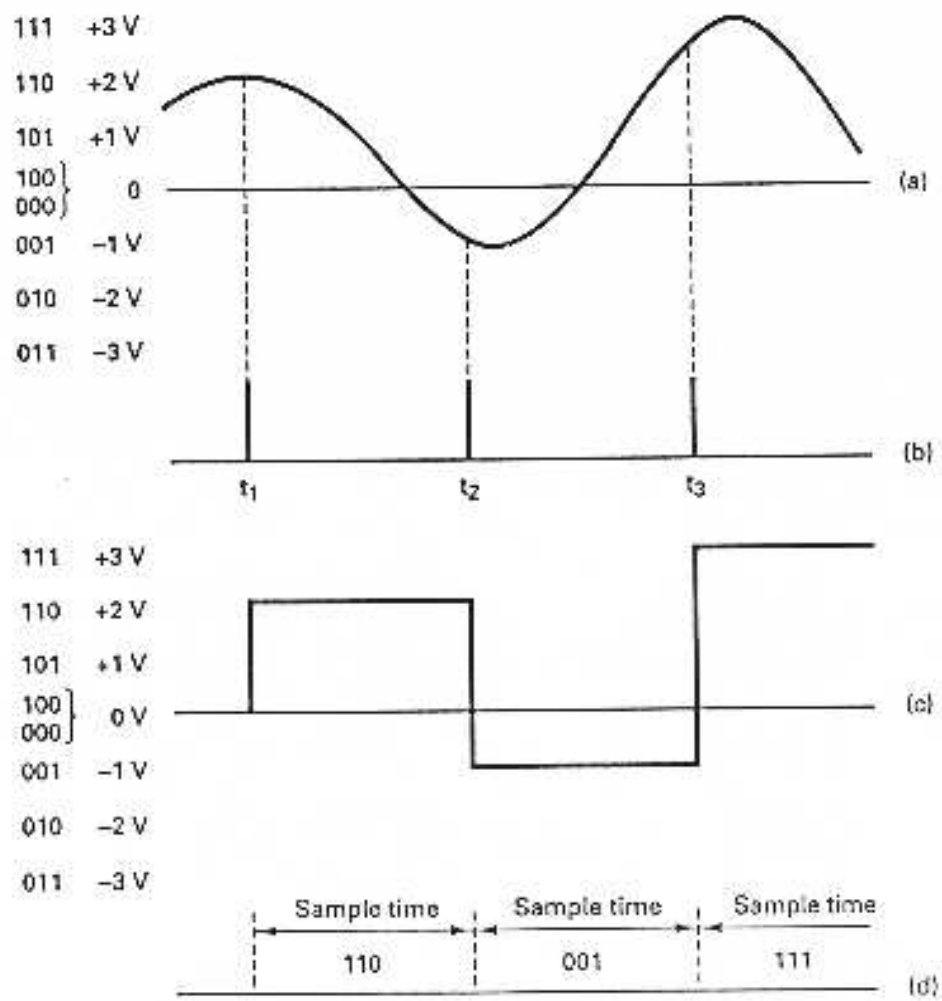


Figura 3.9: Señal PCM con notación signo-magnitud

**Rango dinámico:** Es la relación entre la máxima y la mínima magnitud que puede ser codificada.

$$\mathbf{DR} = \frac{V_{max}}{V_{min}} = \frac{V_{max}}{Resolucion} \quad (3.7)$$

**Número de bits:** El número de bits usados por un código PCM depende del rango dinámico (DR). Se debe de cumplir siempre que

$$2^n - 1 \geq DR \quad (3.8)$$

---

## 4 MODULACIÓN CON PORTADORA Y MODULADORA DIGITAL

---

La modulación con portadora y moduladora digital, también llamada **recodificación**, consiste en representar una señal digital mediante distintas convenciones para cada nivel lógico, incluso denotando varios bits con cada nivel lógico. Para estudiar este tipo de modulación vamos a repasar antes algunos conceptos fundamentales:

**Señalización unipolar** Es un tipo de señalización donde tanto el nivel e tensión correspondiente al 0 lógico como el nivel correspondiente al 1 lógico itenen el mismo signo.

**Señalización polar (bipolar)** Es la señalización donde a un estado lógico le corresponde un valor positivo de tensión y al estado lógico complementario le corresponde un nivel de tensión negativo.

**velocidad de datos, de señalización de datos o velocidad de transmisión** es la velocidad en bits por segundo a la que los datos son transmitidos.

**Longitud de bit** Es la cantidad de tiempo que tarde el emisor en transmitir un bit, es decir es la inversa de la velocidad de transmisión.

**Velocidad de modulación** Velocidad a la que cambia el nivel de la señal en el canal de transmisión. Se mide en Baudios.

La recodificación implica la existencia de un reloj que marca la longitud de cada bit. Como es obvio, este tipo de modulación se usa en sistemas digitales que transmiten datos entre sí. Sin embargo, a primera vista no parece lógico codificar una señal digital para obtener otra señal digital, ya que para eso bastaba transmitir simplemente la señal digital

moduladora. Las razones que justifican la recodificación tienen que ver con los siguientes conceptos

#### 1. Espectro de la señal

- (a) La magnitud de la distorsión de la señal depende del espectro de la señal. Una buena señal debe concentrar la potencia en el medio del ancho de banda del canal de transmisión
- (b) Es importante que no exista componente continua en la señal transmitida, ya que si existe componente continua entonces transmisor y receptor deben estar unidos físicamente (línea de tierra común).

2. Temporización: Determinar el principio y el fin de cada bit no es fácil. Dado que este tipo de modulación se va a utilizar obviamente en sistemas síncronos, tanto emisor como receptor tendrán dos relojes. Estos relojes pueden desfasarse entre sí, provocando la recepción de datos de forma errónea. Por ello la señal transmitida debe proporcionar alguna forma de que los relojes puedan sincronizarse.

3. Inmunidad al ruido

## 4.1 Códigos NRZ

Los códigos NRZ (Non Return to Zero) son los códigos más sencillos de realizar. Existen dos tipos de códigos:

- **NRZ-L:** Del inglés *Non Return to Zero - Level*, en este código se utiliza una tensión positiva para representar un nivel lógico y una tensión negativa para representar el valor complementario.
- **NRZ-I:** Del inglés *Non Return to Zero - Invert on ones*, este código utiliza una transición en el comienzo del bit para indicar un nivel lógico "1". Si no existe transición al comienzo del bit entonces es un "0" binario.

El código NRZ-I es un ejemplo de **código diferencial**, que son los códigos en donde la señal se decodifica en función del valor de los elementos adyacentes de la señal, en lugar del valor absoluto de la señal. Así, en el código NRZ-I el valor de tensión de un bit dado vendrá dado por la tensión que tuviera el bit anterior y por el valor lógico del bit a codificar.



La principal ventaja de los códigos NRZ es que son códigos muy eficientes a la hora de aprovechar el ancho de banda. Por otra parte, las principales desventajas que presentan son las siguientes:

1. Ausencia de capacidad de sincronización. Efectivamente, si existen muchos "1" ó muchos "0" seguidos a codificar en NRZ-L, o bien muchos "0" seguidos en el NRZ-I, entonces no habrá ninguna transición de la señal en mucho tiempo, con el consiguiente peligro de que se desincronicen los relojes del emisor y del receptor.
2. No se garantiza la ausencia de componente continua.

La figura 4.1 muestra todos los tipos de códigos que vamos a ver en esta sección.

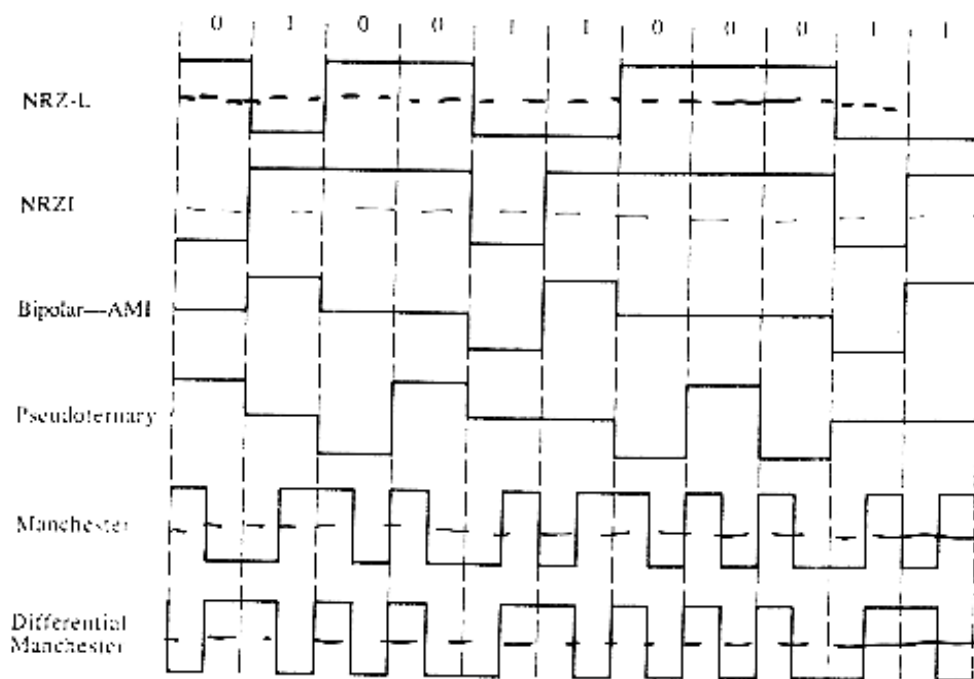


Figura 4.1: Códigos NRZ, bifase y bipolares

## 4.2 Códigos multinivel

Los código multinivel elimina uno de los problemas que presentan los códigos NRZ, concretamente la posible presencia de componente continua. Vamos a ver dos códigos multinivel, también llamados bipolares:

1. **AMI-Bipolar:** En este código el nivel lógico "0" se codifica mediante una tensión nula, mientras que el nivel lógico "1" se codifica con pulsos de polaridad alterna. Es decir, en cada aparición de un "1" la polaridad del pulso está invertida con respecto al pulso del "1" anterior. De esta forma conseguimos garantizar la ausencia casi total de componente continua en la señal codificada.
2. **Pseudoternario:** Este es el código complementario al AMI-Bipolar. Aquí el nivel lógico "1" se codifica mediante una tensión nula, mientras que el nivel lógico "0" se codifica con pulsos de polaridad alterna, tal como se muestra en la figura 4.1.

Sin embargo, los códigos multinivel no consiguen obviar el otro problema que presentaban los códigos NRZ, que era la posible desincronización entre el reloj del emisor y el del receptor. Efectivamente, si el mensaje a codificar mediante el AMI-Bipolar lleva muchos "0" seguidos, o si el mensaje a codificar mediante el pseudoternario contiene una cadena muy larga de "1", entonces la señal codificada será una tensión nula durante varios periodos de bit. Esto implica la posibilidad de que al no existir ninguna transición un reloj haga  $n$  tics donde el otro reloj haga  $n + 1$  tics, desincronizando la señal completamente.

## 4.3 Códigos bifase

Los códigos bifase intentan solucionar el problema que presentan los códigos multinivel, manteniendo la señal codificada con una componente continua nula. Estos códigos son los siguientes:

1. **Manchester:** Este código incorpora una transición en medio de cada bit, tal como muestra la figura 4.1. Un "0" se codifica haciendo que dicha transición sea una transición nivel alto-nivel bajo, y el "1" haciendo la transición inversa.

2. **Manchester diferencial:** Este código también tiene una transición en la mitad de cada bit. Sin embargo, un "0" se codifica haciendo que exista una transición también al comienzo del bit, mientras que un "1" se codifica mediante la ausencia de transición al comienzo del bit. Así, un "1" puede codificarse mediante una señal "nivel bajo-nivel alto" o mediante una señal "nivel alto-nivel bajo", según sea el valor del bit anterior. Por ejemplo, en la la figura 4.1 el segundo y tercer "1" del mensaje se codifican cada uno de una forma. De ahí le viene el adjetivo de *diferencial*.

Por tanto, los códigos bifase eliminan tanto el problema de la componente continua (cada bit tiene un semiperiodo con un valor de tensión y el otro semiperiodo con el valor de tensión opuesto, con lo que la DC de cada bit es nula. Por tanto, la DC del código entero será nula) como el problema de la posible desincronización, ya que cada bit lleva una señal de reloj. Sin embargo, estos códigos tienen una velocidad de modulación muy alta (para codificar cada bit hay que hacer al menos una transición, y algunas veces dos transiciones. Por tanto, la velocidad de modulación es aún mayor que la velocidad de transmisión). Debido a ello, estos códigos se usan para LAN de hasta 10 Km. de longitud. Concretamente, el código Manchester es el que usa la red Ethernet, ampliamente utilizada en todo el mundo.

Otro ejemplo significativo puede ser la red token ring, de IBM, que tuvo una amplia aceptación durante la década de los 90, y que utiliza codificación Manchester diferencial.

El código Manchester también se utiliza por ejemplo para el almacenamiento de datos en diskettes, y en general en sistemas de distancias relativamente pequeñas.

## 4.4 Técnicas de inserción de bits

Dado que los códigos bifase presentan una alta velocidad de modulación y no sirven para largas distancias, en las líneas telefónicas digitales (**R.D.S.I**, *Red Digital de Servicios Integrados*, que veremos en el tema 4) se utilizan generalmente códigos multinivel para codificar las señales digitales. Tal como hemos visto en la sección anterior, con estos códigos se pueden desincronizar los relojes del emisor y del receptor ante la presencia de ciertos códigos. Para solucionar este problema las compañías telefónicas utilizan lo que se conoce como técnicas de inserción de bits, o en inglés, *bit scrambling*. La figura 4.2 muestra la técnica utilizada en EE.UU., conocida como **B8ZS**, y la técnica usada en Europa y Japón, denominada **HDB3**.

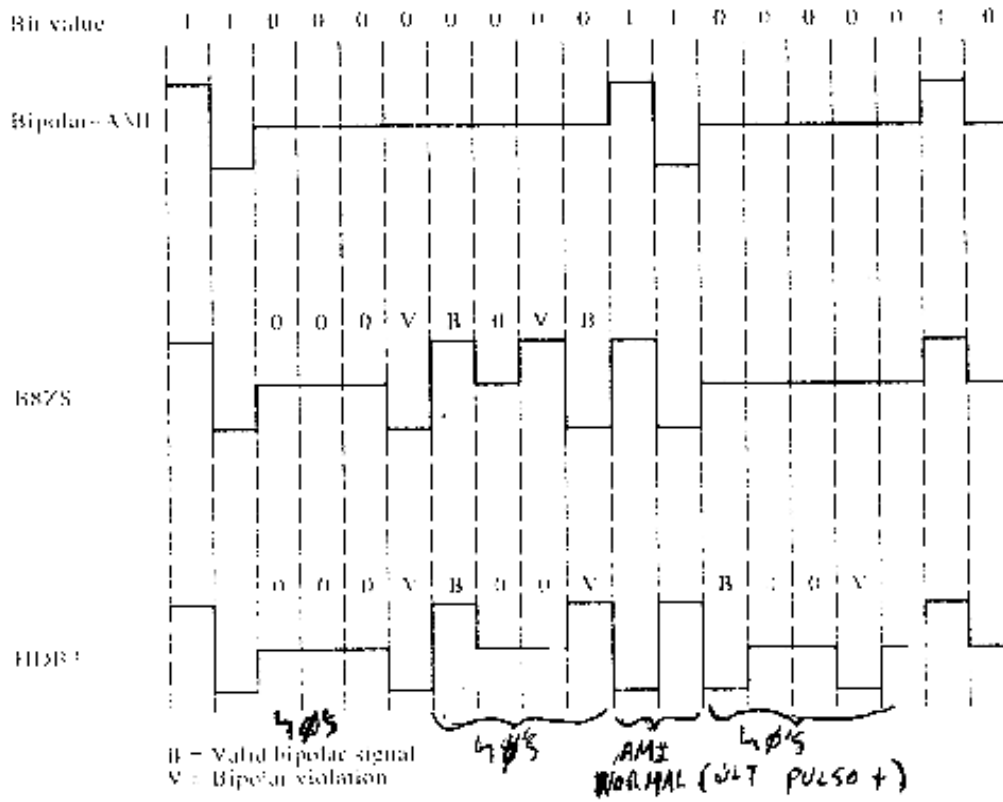


Figura 4.2: Técnicas de inserción de bits

La técnica B8ZS sustituye cada cadena de 8 ceros del código AMI-Bipolar (que resultaría en una señal sin transiciones durante 8 bits) por la cadena "000-+0+-", donde el carácter "-" denota un pulso negativo de tensión y el carácter "+" denota un pulso positivo.

Por su parte, la técnica HDB3 supone una precisión menor de los relojes, de tal manera que no permite la aparición de más de tres "0" seguidos. Esta técnica se basa por un lado en el número de pulsos bipolares aparecidos desde la última sustitución, y por otro lado en la polaridad del último pulso. Esto se hace para preservar el nivel de continua de la señal original. Concretamente, para codificar cada grupo de cuatro "0" se utiliza la tabla 4.1

Con estas técnicas se consigue que líneas de transmisión de larga distancias, como son las líneas telefónicas, que pueden llegar a tener hasta varios kilómetros de longitud sin utilizar repetidores, sean capaces de transmitir información digital.

		Num. pulsos bipolares desde última sustitución	
		Impar	Par
Polaridad pulso precedente	-	000-	+00+
	+	000+	-00-

Tabla 4.1: Técnica de inserción HDB3

---

## 5 MODULACIÓN EN ESPECTRO EXPANDIDO: CDMA

---

### 5.1 Concepto de espectro expandido

El esquema de espectro expandido es una forma de **codificación** cada vez más importante en las comunicaciones inalámbricas. Esta técnica no se puede encuadrar en ninguno de los tipos de modulación vistos hasta ahora porque se puede usar tanto con moduladoras analógicas como con moduladoras digitales.

La idea básica del espectro expandido (que fue desarrollada originalmente con fines militares) es expandir la señal que lleva información en un ancho de banda superior al de la propia señal, con objeto de dificultar la interceptación de la señal.

Las características principales del espectro expandido se muestran en la figura 5.1. Los datos de entrada van a un codificador de canal que produce una señal analógica con un ancho de banda relativamente estrecho y centrado en una frecuencia dada. A continuación esta señal se modula haciendo uso de una secuencia de dígitos conocida como **código de secuencia o expansión** y que denotaremos también como **código PN** (de *PseudoNoise*). Generalmente el código de expansión se genera mediante un generador de números pseudoaleatorios. El efecto de esta modulación es la expansión del espectro de la señal a transmitir. El receptor usa la misma secuencia pseudoaleatoria para demodular la señal, y finalmente esta pasa por un decodificador.

Los números pseudoaleatorios son generados por un algoritmo determinista que utiliza un valor inicial llamado **semilla**. A pesar de ser determinista, las secuencias de números generadas pueden superar diversos tests de aleatoriedad. Lo importante es que a menos que se conozca el algoritmo y la semilla (que sólo conocen emisor y receptor) es prácticamente imposible predecir la secuencia de números correspondiente.

Las ventajas de esta técnica son las siguientes:

- Más inmunidad a interferencias
- Se puede usar para ocultar y cifrar señales
- Varios usuarios independientes pueden usar el mismo ancho de banda simultáneamente con muy pocas interferencias entre sí. Como veremos más adelante, la telefonía celular (móvil) necesita un sistema con esta característica.

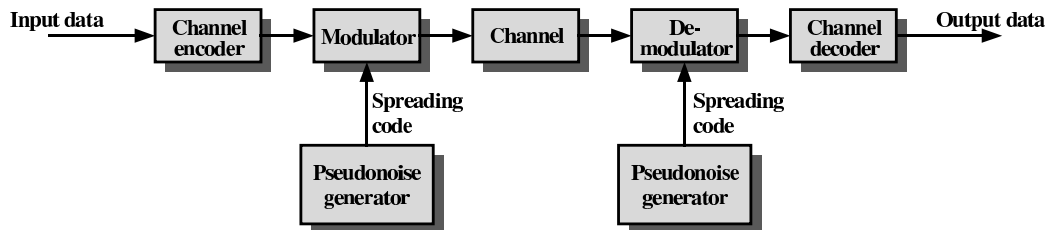


Figure 9.1 General Model of Spread Spectrum Digital Communication System

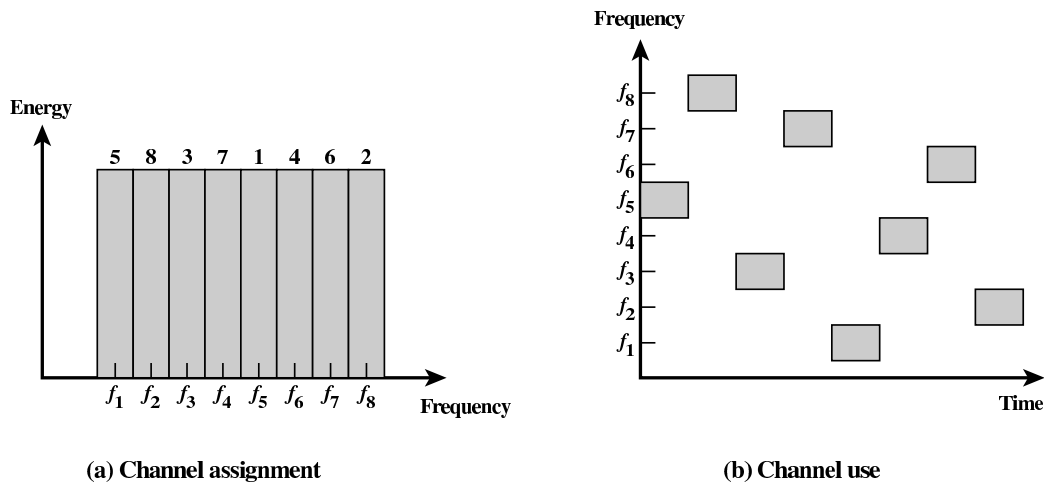
Figura 5.1: Modelo general de sistema de espectro expandido

## 5.2 Espectro expandido por salto de frecuencias: FHSS

El espectro expandido por salto de frecuencia se denomina también **FHSS**, de *Frequency Hopping Spread Spectrum*. En esta técnica la señal se emite sobre una serie de frecuencias aparentemente aleatoria, saltando de frecuencia en frecuencia en intervalos fijos de tiempo. El receptor captará el mensaje saltando de frecuencia sincronamente con el transmisor, y los receptores no autorizados escucharán una señal no inteligible.

El esquema básico de esta técnica se muestra en la figura 5.2. Se reservan varios canales para la señal (8 en el ejemplo de la figura), existiendo  $2^k$  frecuencias portadoras que dan lugar a  $2^k$  canales. El espaciado entre portadoras (y por tanto el ancho de banda de cada canal) se corresponde generalmente con el de la señal de entrada. El emisor transmite en un canal con un intervalo fijo (en el estándar de redes inalámbricas IEEE 802.11 el intervalo

es de 300 ms.). Durante ese intervalo se transmiten varios bits (como luego veremos estos bits corresponden a una fracción de un bit) haciendo uso de algún sistema de codificación. La secuencia de canales viene determinada por el código expensor.



**Figure 9.2 Frequency Hopping Example**

Figura 5.2: Ejemplo de salto de frecuencias

Una técnica de modulación usual empleada con FHSS es la MFSK. En este caso la señal MFSK se traslada a una nueva frecuencia cada  $T_c$  segundos mediante la modulación de la señal MFSK con la portadora FHSS. Para una velocidad de transmisión  $R$ , la duración de un bit es de  $T = 1/R$  segundos y la duración de un elemento de señal es  $T_s = LT$  segundos. Si  $T_c$  es **mayor o igual** que  $T_s$  entonces la modulación expandida se llama **espectro expandido por salto de frecuencias lento**. En caso contrario, se denomina **espectro expandido por salto de frecuencias rápido**.

La figura 5.3 muestra un ejemplo de FHSS lento usando el esquema MFSK de la figura 2.9. Como  $M=4$  entonces  $L=2$ , es decir, codificamos 2 bits de entrada a la vez, y el ancho de banda total MFSK es  $B_M = M \cdot f_d$ . Cada elemento de señal es un tono de frecuencia discreto. Se usa un esquema FHSS con  $k = 2$ , o sea, existen  $2^k = 4$  canales diferentes, cada uno de ancho  $B$ . El ancho de banda total del esquema FHSS es de  $B_{FHSS} = 2^k \cdot B_M$ . Cada 2 bits de la secuencia de pseudoruido (PN) se usan para elegir uno de los cuatro canales, ocupándose el canal en cuestión durante un intervalo de 2 elementos de señal, o 4 bits. Es decir, en este ejemplo tenemos que  $T_c = 2T_s = 2T$



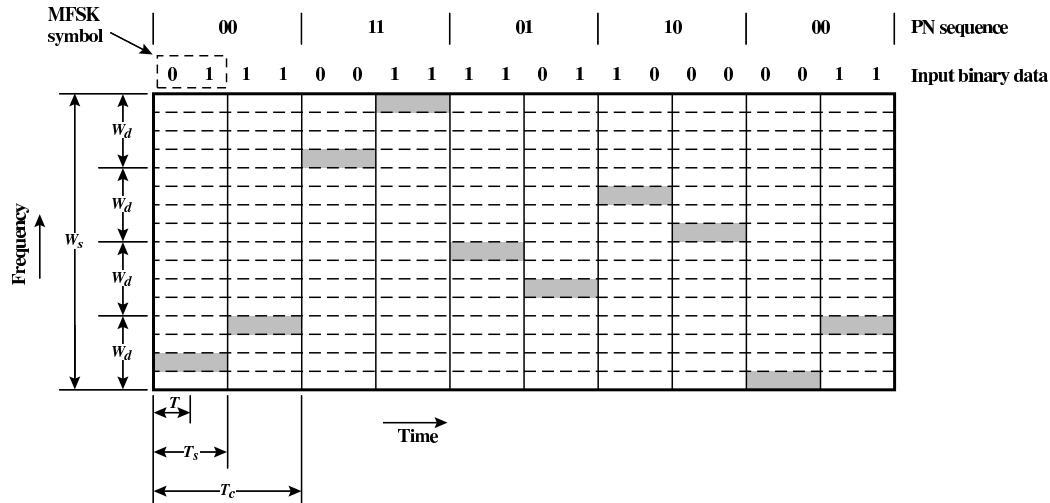


Figure 9.4 Slow Frequency Hop Spread Spectrum Using MFSK ( $M = 4, k = 2$ )

Figura 5.3: FHSS lento usando MFSK ( $M=4, k=2$ )

La figura 5.4 muestra un ejemplo de FHSS rápido usando el mismo esquema MFSK. Como antes,  $M = 4$  y  $k = 2$ . Sin embargo en este caso cada elemento de señal (cada bit de los datos binarios de entrada) se representa mediante 2 tonos de frecuencia (ocupa 2 saltos de frecuencia). De nuevo tenemos que  $B_M = M \cdot f_d$  y que  $B_{FHSS} = 2^k \cdot B_M$ . Pero ahora  $T_c = T < T_s$

### 5.3 Espectro expandido de secuencia directa: DSSS

En el esquema DSSS (de *Direct Sequence Spread Spectrum*) cada bit de la señal original se representa mediante varios bits en la señal transmitida haciendo uso de un código de expansión. Este código expande la señal sobre una banda de frecuencias cuyo ancho es proporcional al número de bits considerados. Por ejemplo, un código de expansión de 10 bits expande la señal a una banda de frecuencias de anchura 10 veces mayor que un código de expansión de 1 bit.

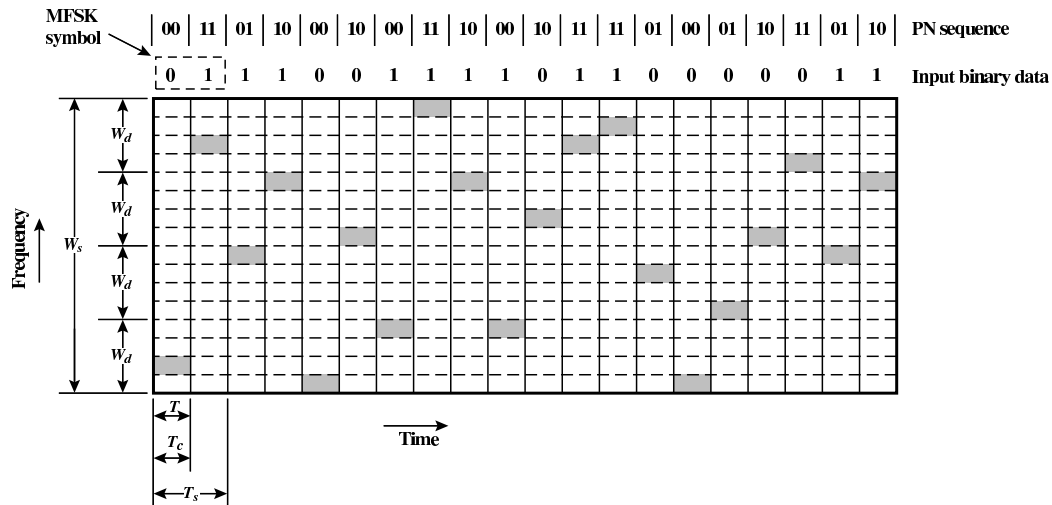


Figure 9.5 Fast Frequency Hop Spread Spectrum Using MFSK ( $M = 4$ ,  $k = 2$ )

Figura 5.4: FHSS rápido usando MFSK ( $M=4$ ,  $k=2$ )

## 5.4 Acceso Múltiple por División de Código: CDMA

La técnica CDMA (de *Code Division Multiple Access*) es una técnica de **multiplexación** que se utiliza mucho en telefonía móvil. Funciona del siguiente modo: sea una señal de datos con velocidad de transmisión  $D$  a la que llamaremos velocidad de bits. Se divide cada bit de la secuencia en  $k$  minibits o **chips** de acuerdo a un patrón fijo específico para cada usuario, denominado **código de usuario**. El nuevo canal así obtenido tendrá una velocidad de transmisión de minibits igual a  $kD$  minibits/segundo. La figura 5.5 ilustra esta técnica mediante un ejemplo sencillo en el que  $K = 6$  y donde los códigos son una secuencia de valores 1 y -1.

En esta figura se muestran los códigos correspondientes a tres usuarios A, B y C, cada uno compuesto por 6 chips. Los tres usuarios (sus tres teléfonos móviles) podrían estar ocupando físicamente la misma región espacial y estar comunicándose simultáneamente con la misma estación base receptora  $R$ . El código para el usuario A sería  $c_A = \langle 1, -1, -1, 1, -1, 1 \rangle$ . De la misma forma, el usuario B tiene el código  $c_B = \langle 1, 1, -1, -1, 1, 1 \rangle$ , y el usuario C tiene el código  $c_C = \langle 1, 1, -1, 1, 1, -1 \rangle$ .

La estación base conoce el código de los tres usuarios, y supondremos que la comunicación

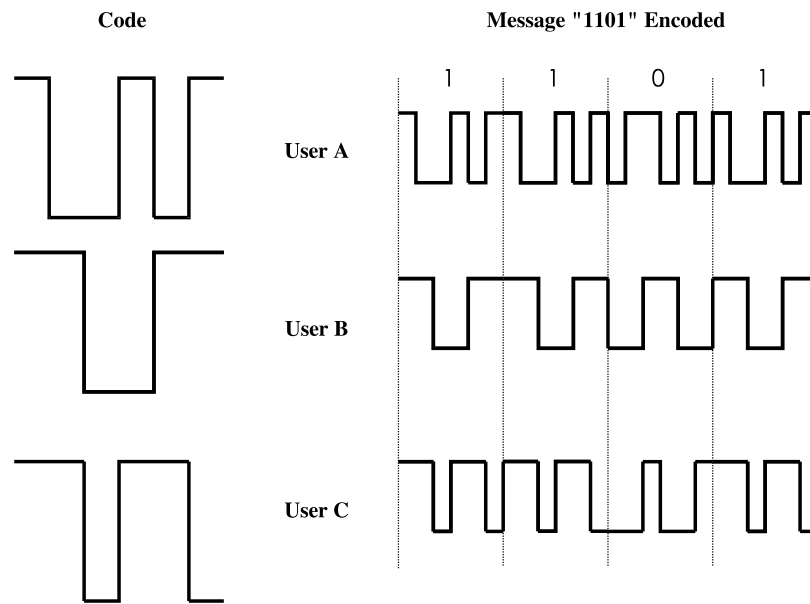


Figure 9.10 CDMA Example

Figura 5.5: Ejemplo de CDMA

siempre está bien sincronizada, de tal forma que  $R$  sabe cuándo se reciben datos. Si  $A$  desea enviar un bit "1" envíe su patrón de minibits  $c_A$  tal cual, y si quiere enviar un bit "0" entonces envía el complemento a 1 (los bits invertidos) de su código:  $\langle -1, 1, 1, -1, -1, 1, -1 \rangle$

La estación base  $R$  recibe un patrón de minibits  $d = \langle d_1, d_2, d_3, d_4, d_5, d_6 \rangle$  y trata de comunicarse con un usuario  $u$  del que conoce su código,  $\langle c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6 \rangle$ , llevando a cabo la siguiente función de decodificación:

$$S_u(d) = d_1 \times c_1 + d_2 \times c_2 + d_3 \times c_3 + d_4 \times c_4 + d_5 \times c_5 + d_6 \times c_6$$

Si  $u$  es el usuario  $A$ , tenemos que si sólo  $A$  envía un bit "1"  $d$  será  $\langle 1, -1, -1, 1, -1, 1 \rangle$ , y por tanto

$$S_A(1, -1, -1, 1, -1, 1) = 1 \times 1 + (-1) \times (-1) + (-1) \times (-1) + 1 \times 1 + (-1) \times (-1) + 1 \times 1 = 6$$

Si  $A$  enviase un bit "0", enviaría  $d = \langle -1, 1, 1, -1, 1, -1 \rangle$ , y el receptor tendría que

$$S_A(-1, 1, 1, -1, 1, -1) = -1 \times 1 + 1 \times (-1) + 1 \times (-1) + (-1) \times 1 + 1 \times (-1) + (-1) \times 1 = -6$$

O sea, siempre se cumple que  $-6 \leq S_A(d) \leq 6$ , independientemente de la secuencia de valores -1 y 1 de que conste  $d$ , y los valores extremos 6 y -6 corresponden respectivamente al código de A y su complemento. Por tanto, si  $S_A$  vale 6 diremos que se ha recibido un "1" de A, y si vale -6 diremos que se ha recibido un "0" de A. En otro caso diremos que **algún otro usuario está enviando información o que se ha producido un error.**

Para verlo más claro, veamos qué pasa cuando  $R$  recibe un patrón  $d$  de B e intenta decodificarlo usando el código de A. Si B envía un "1" entonces enviará  $d = \langle 1, 1, -1, -1, 1, 1 \rangle$ , y por tanto

$$S_A(1, 1, -1, -1, 1, 1) = 1 \times 1 + 1 \times (-1) + (-1) \times (-1) + (-1) \times 1 + 1 \times (-1) + 1 \times 1 = 0$$

O sea, la señal no deseada (del usuario B) *no se detecta en absoluto*. Esto significa que si **el decodificador es lineal** y A y B transmiten de forma simultánea, entonces  $S_A(s_A + s_B) = S_A(s_A) + S_A(s_B) = S_A(s_A)$ , puesto que el decodificador ignora a B cuando utiliza el código de A. Los códigos de A y de B, que presentan la propiedad de que  $S_A(c_B) = S_B(c_A) = 0$  se denominan **códigos ortogonales**

Lo malo de los códigos ortogonales es que son escasos. Por ello, es más usual que en lugar de 0 se cumpla que  $S_X(c_Y)$  sea pequeño en valor absoluto cuando  $X \neq Y$ . Así aún resulta fácil distinguir entre los casos  $X = Y$  y  $X \neq Y$ . En nuestro ejemplo se cumple que  $S_B(c_C) = S_C(c_B) = 2$ . Es decir, en este caso la señal C contribuiría *un poquito* (en lugar de *nada*) a la señal codificada. Por tanto, usando el decodificador  $S_u$  la estación base  $R$  puede detectar las transmisiones de  $u$  incluso cuando existan otros usuarios emitiendo en la misma celda.

En la tabla 5.6 tenemos un resumen de varios ejemplos de transmisiones con estos tres códigos de usuarios.

En esta tabla podemos observar que en el caso (caso e) de que B y C transmitan un bit "1", el patrón combinado de minibits que recibirá  $R$  será (el decodificador es lineal) la suma de ambas, es decir,  $d = \langle 2, 2, -2, 0, 2, 0 \rangle$ . Si el receptor  $R$  intenta recuperar la transmisión de B (usando el código de B), tendremos que

$$S_B(2, 2, -2, 0, 2, 0) = 2 \times 1 + 2 \times 1 + (-2) \times (-1) + 0 \times (-1) + 2 \times 1 + 0 \times 1 = 8$$

**Table 9.1 CDMA Example****(a) User's codes**

User A	1	-1	-1	1	-1	1	
User B	1	1	-1	-1	1	1	
User C	1	1	-1	1	1	-1	

**(b) Transmission from A**

Transmit (data bit = 1)	1	-1	-1	1	-1	1	
Receiver codeword	1	-1	-1	1	-1	1	
Multiplication	1	1	1	1	1	1	= 6

Transmit (data bit = 0)	-1	1	1	-1	1	-1	
Receiver codeword	1	-1	-1	1	-1	1	
Multiplication	-1	-1	-1	-1	-1	-1	= -6

**(c) Transmission from B, receiver attempts to recover A's transmission**

Transmit (data bit = 1)	1	1	-1	-1	1	1	
Receiver codeword	1	-1	-1	1	-1	1	
Multiplication	1	-1	1	-1	-1	1	= 0

**(d) Transmission from C, receiver attempts to recover B's transmission**

Transmit (data bit = 1)	1	1	-1	1	1	-1	
Receiver codeword	1	1	-1	-1	1	1	
Multiplication	1	1	1	-1	1	-1	= 2

**(e) Transmission from B and C, receiver attempts to recover B's transmission**

B (data bit = 1)	1	1	-1	-1	1	1	
C (data bit = 1)	1	1	-1	1	1	-1	
Combined signal	2	2	-2	0	2	0	
Receiver codeword	1	1	-1	-1	1	1	
Multiplication	2	2	2	0	2	0	= 8

Figura 5.6: Ejemplos de emisiones y recepciones usando CDMA

Es decir, se obtiene un número mayor que 2. De hecho, el menor resultado (en valor absoluto) de  $S_B$  en el receptor se obtiene cuando B transmite un "0" y C transmite un "1". En ese caso  $S_B = -4$ . Es decir, siempre que B transmita algo se obtendrá un resultado mayor que 2 (en valor absoluto) al decodificar usando el código de B. Por tanto, **CDMA permite que puedan transmitir varios usuarios simultáneamente y en las mismas frecuencias sin interferirse mutuamente.**

---

## 6 EJERCICIOS

---

1. Una señal portadora de  $1.4MHz$  es modulada en amplitud por una señal de música que tiene componentes de frecuencia desde  $20Hz$  hasta  $15kHz$ . Determinar el rango de frecuencias de la banda inferior y de la banda superior del espectro de la señal modulada.
2. Una señal portadora de  $500W$  de potencia se modula con  $m = 0,9$ . Determinar la potencia de la señal modulada.
3. Una emisora de AM opera a una potencia total de  $50kW$  y con un índice de modulación del  $95\%$ . ¿ Qué potencia transmitida contiene información?
4. Una señal portadora  $U_p(t) = 10 \cos(2\pi 10^6 t)$  se modula en amplitud con la señal  $U_m(t) = 3 \cos(2\pi 10^3 t)$ . Si  $K_1 = K_m = 1$ ,  $K_2 = 0,2$ , se pide calcular:
  - (a) La expresión analítica de la señal modulada.
  - (b) Índice de modulación.
  - (c) Hallar analíticamente el espectro de la señales moduladora y modulada.
  - (d) Dibujar dichos espectros de amplitud.
  - (e) Hallar la fracción de potencia transmitida en las bandas laterales.
5. Para un código PCM de 7 bits signo-magnitud con una resolución de  $0,04V$ , hallar las tensiones analógicas correspondientes a los siguientes códigos:
  - (a) 0110101.
  - (b) 0000011.
  - (c) 1000001.

(d) 0111111.

(e) 1000000.

6. Calcular la mínima velocidad de transmisión de una señal Delta-modulada cuya señal moduladora es la señal  $m(t) = 9 + 7 \cos(2\pi 2000 t) + 8 \cos(2\pi 500 t)$ , si se utiliza la mínima frecuencia de muestreo posible y se codifica cada muestra a la menor velocidad de transmisión posible. (1 punto) (Septiembre 2003)
7. Hallar la amplitud del armónico de la frecuencia central que aparece en el espectro de la señal modulada en DBL-AM (modulación en doble banda lateral) si dicha señal se compone de la moduladora  $m(t) = 8 + 6 \cos(2\pi 2000 t)$  y de la señal portadora  $p(t) = 10 \cos(2\pi 50000 t)$ , si se utiliza un índice de modulación  $m = 0,5$ . (1 punto) (Septiembre 2003)
8. Una señal portadora  $p(t) = 10 \sin(50.000 \pi t)$  se utiliza en una modulación DBL-AM con una señal moduladora  $m(t) = 6 + 8 \cos(2000 \pi t) + 20 \sin(3000 \pi t)$ . ¿Cuántos armónicos tendrá el espectro de amplitudes de la señal modulada? ¿En qué frecuencia estarán dichos armónicos? (1 punto) (Junio 2008).
9. Sabiendo que el armónico de mayor orden de una señal en banda base es el armónico de orden 6, ¿Se puede saber el número de armónicos que aparecen en el espectro de la señal? ¿Y el ancho de banda de la misma?. Razona la respuesta. (1 punto) (Junio 2003)
10. Una señal  $m(t) = 8 \cos(2\pi 2 f t) + 10 \sin(2\pi 5 f t)$  se modula en PCM para ser transmitida por un canal telefónico digital PCM básico. ¿Cuál sería el máximo valor que podría tener  $f$ ? (1 punto).
11. Calcular la velocidad de transmisión de una señal modulada en PCM cuya señal moduladora es la señal  $m(t) = 8 + 17 \cos(2\pi 4000 t) + 26 \cos(2\pi 5000 t)$ , si se utiliza la mínima frecuencia de muestreo posible y se codifica cada muestra con 9 bits a la mayor velocidad de transmisión posible. (1 punto) (Junio 2003)
12. Un usuario A de un sistema CDMA (Acceso Múltiple por División de Código) con 4 minibits tiene el código  $\{-1, -1, 1, 1\}$ , mientras que otro usuario B tiene asignado el código  $\{-1, 1, 1, -1\}$ . Calcular el código transmitido por ambos usuarios al intentar transmitir un "0", cuál sería la señal combinada que



recibiría un receptor al que le llegasen ambas señales y cuál sería el resultado en el receptor si este intentase "escuchar" el bit transmitido por el usuario B.  
(1,5 puntos)

---

## Bibliografía

---

- [1] Andrew S. Tanenbaum, “*Redes de Computadores*”, Ed. Prentice Hall, 4a. ed., 2003.
- [2] William Stallings, ”*Comunicaciones y Redes de computadores*”, Ed. Prentice-Hall, 7a. Edición, 2004
- [3] Antonio Ricardo Castro Lechtaler, Rubén Jorge Fusario, “*Teleinformática para Ingenieros en Sistemas de Información*”, Ed. Reverté, 2<sup>a</sup> ed., 1999 **Páginas 171 a 224.**
- [4] J. Dunlop & D. G. Smith “*Telecommunications Engineering*” ,**Páginas 41 a 120** Ed. Chapman and Hall, 2nd. Ed., 1994..
- [5] J. G. Proakis, D. G. Manolakis, “*Tratamiento digital de señales*”, Ed. Prentice Hall, 3<sup>a</sup> ed., 1998.
- [6] Wayne Tomasi, “*Advanced electronic Communication Systems*”, Ed. Prentice Hall, 2<sup>a</sup> ed., 1996.