

Tiempo	Periódica (t,n)	No periódica (t,n)	
<b>Continua (t)</b>	<b>FS</b> $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X[k] e^{jk\omega_0 t}$ $X[k] = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt$ x(t) periodo T $\Rightarrow \omega_0 = 2\pi/T$	<b>FT</b> $x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$ $X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$	<b>No periódica (k,ω)</b>
<b>Discreta [n]</b>	<b>DTFS</b> $x[n] = \sum_{k=\langle N \rangle} X[k] e^{jk\Omega_0 n}$ $X[k] = \frac{1}{N} \sum_{n=\langle N \rangle} x[n] e^{-jk\Omega_0 n}$ x[n] y X[k] periodo N $\Rightarrow \Omega_0 = \frac{2\pi}{N}$	<b>DTFT</b> $x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\Omega}) e^{j\Omega n} d\Omega$ $X(e^{j\Omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\Omega n}$ $X(e^{j\Omega}) \text{ tiene periodo } 2\pi$	<b>Periódica (k,Ω)</b>
	<b>Discreta (k)</b>	<b>Continua (ω,Ω)</b>	<b>Frecuencia</b>

### C.1 Pares de series básicas de Fourier en tiempo discreto

Dominio del tiempo	Dominio de la frecuencia
$x[n] = \sum_{k=\langle N \rangle} X[k] e^{jk\Omega_0 n}$ ; periodo=N	$X[k] = \sum_{n=\langle N \rangle} x[n] e^{-jk\Omega_0 n}$ ; $\Omega_0 = \frac{2\pi}{N}$
$x[n] = \begin{cases} 1, &  n  \leq M \\ 0, & M <  n  \leq N/2 \end{cases}$ $x[n] = x[n + N]$	$X[k] = \frac{\text{sen}\left(k \frac{\Omega_0}{2} (2M + 1)\right)}{N \text{sen}\left(k \frac{\Omega_0}{2}\right)}$
$x[n] = e^{j p \Omega_0 n}$	$X[k] = \begin{cases} 1, & k = p, p \pm N, p \pm 2N, \dots \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$
$x[n] = \cos(p\Omega_0 n)$	$X[k] = \begin{cases} 1/2, & k = \pm p, \pm p \pm N, \pm p \pm 2N, \dots \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$
$x[n] = \text{sen}(p\Omega_0 n)$	$X[k] = \begin{cases} 1/2j, & k = p, p \pm N, p \pm 2N, \dots \\ -1/2j, & k = -p, -p \pm N, -p \pm 2N, \dots \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$
$x[n] = 1$	$X[k] = \begin{cases} 1, & k = 0, \pm N, \pm 2N, \dots \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$
$x[n] = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \delta[n - pN]$	$X[k] = \frac{1}{N}$

## C.2 Pares básicos de series de Fourier

Dominio del tiempo	Dominio de la frecuencia
$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X[k]e^{jk\omega_0 t}$ ; periodo=T	$X[k] = \frac{1}{T} \int_{(T)} x(t)e^{-jk\Omega_0 t}; \omega_0 = \frac{2\pi}{T}$
$x(t) = \begin{cases} 1, &  t  \leq T_s \\ 0, & T_s <  t  \leq T/2 \end{cases}$	$X[k] = \frac{\text{sen}(k\omega_0 T_s)}{k\pi}$
$x(t) = e^{jp\omega_0 t}$	$X[k] = \delta[k - p]$
$x(t) = \cos(p\omega_0 t)$	$X[k] = \frac{1}{2} \delta[k - p] + \frac{1}{2} \delta[k + p]$
$x(t) = \text{sen}(p\omega_0 t)$	$X[k] = \frac{1}{2j} \delta[k - p] - \frac{1}{2j} \delta[k + p]$
$x(t) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \delta(t - pT)$	$X[k] = \frac{1}{T}$

## C.3 Pares básicos de transformadas de Fourier en tiempo discreto

Dominio del tiempo	Dominio de la frecuencia
$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{(2\pi)} X(e^{j\Omega})e^{j\Omega n} d\Omega$	$X(e^{j\Omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\Omega n}$
$x[n] = \begin{cases} 1, &  n  \leq M \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$	$X(e^{j\Omega}) = \frac{\text{sen}\left[\Omega\left(\frac{2M+1}{2}\right)\right]}{\text{sen}\left(\frac{\Omega}{2}\right)}$
$x[n] = \alpha^n u[n],  \alpha  < 1$	$X(e^{j\Omega}) = \frac{1}{1 - \alpha e^{-j\Omega}}$
$x[n] = \delta[n]$	$X(e^{j\Omega}) = 1$
$x[n] = u[n]$	$X(e^{j\Omega}) = \frac{1}{1 - e^{-j\Omega}} + \pi \sum_{p=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega - 2\pi p)$
$x[n] = \frac{1}{\pi n} \text{sen}(Wn), 0 < W < \pi$	$X(e^{j\Omega}) = \begin{cases} 1, &  \Omega  \leq W \\ 0, & W <  \Omega  \leq \pi; \end{cases}$ es $2\pi$ periódica
$x[n] = (n+1)\alpha^n u[n]$	$X(e^{j\Omega}) = \frac{1}{(1 - \alpha e^{-j\Omega})^2}$

### C.4 Pares básicos de transformadas de Fourier

Dominio del tiempo	Dominio de la frecuencia
$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$	$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$
$x(t) = \begin{cases} 1, &  t  \leq T \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$	$X(j\omega) = \frac{2\text{sen}(\omega T)}{\omega}$
$x(t) = \frac{1}{\pi t} \text{sen}(Wt)$	$X(j\omega) = \begin{cases} 1, &  \omega  \leq W \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$
$x(t) = \delta(t)$	$X(j\omega) = 1$
$x(t) = 1$	$X(j\omega) = 2\pi\delta(\omega)$
$x(t) = u(t)$	$X(j\omega) = \frac{1}{j\omega} + \pi\delta(\omega)$
$x(t) = e^{-at}u(t), \text{Re}\{a\} > 0$	$X(j\omega) = \frac{1}{a + j\omega}$
$x(t) = te^{-at}u(t), \text{Re}\{a\} > 0$	$X(j\omega) = \frac{1}{(a + j\omega)^2}$

### C.5 Pares de transformadas de Fourier para señales periódicas

Señal periódica en el dominio del tiempo	Transformada de Fourier
$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X[k] e^{jk\omega_0 t}$	$X(j\omega) = 2\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} X[k] \delta(\omega - k\omega_0)$
$x(t) = \cos(\omega_0 t)$	$X(j\omega) = \pi\delta(\omega - \omega_0) + \pi\delta(\omega + \omega_0)$
$x(t) = \cos(\omega_0 t)$	$X(j\omega) = \frac{\pi}{j} \delta(\omega - \omega_0) - \frac{\pi}{j} \delta(\omega + \omega_0)$
$x(t) = e^{j\omega_0 t}$	$X(j\omega) = 2\pi\delta(\omega - \omega_0)$
$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT)$	$X(j\omega) = \frac{2\pi}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta\left(\omega - k\frac{2\pi}{T}\right)$
$x(t) = \begin{cases} 1, &  t  \leq T_s \\ 0, & T_s <  t  < T/2 \end{cases}$ $x(t+T) = x(t)$	$X(j\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{2\text{sen}(k\omega_0 T_s)}{k} \delta(\omega - k\omega_0)$

### C.6 Pares de transformadas de Fourier en tiempo discreto para señales periódicas

Señal periódica en el dominio del tiempo	Transformada de Fourier en tiempo discreto
$x[n] = \sum_{\langle N \rangle} X[k] e^{jk\Omega_0 n}$	$X(e^{j\Omega}) = 2\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} X[k] \delta(\Omega - k\Omega_0)$
$x[n] = \cos(\Omega_1 n)$	$X(e^{j\Omega}) = \pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega - \Omega_1 - k2\pi) + \delta(\Omega + \Omega_1 - k2\pi)$
$x[n] = \text{sen}(\Omega_1 n)$	$X(e^{j\Omega}) = \frac{\pi}{j} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega - \Omega_1 - k2\pi) - \delta(\Omega + \Omega_1 - k2\pi)$
$x[n] = e^{j\Omega_1 n}$	$X(e^{j\Omega}) = 2\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega - \Omega_1 - k2\pi)$
$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kN)$	$X(e^{j\Omega}) = \frac{2\pi}{N} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega - \frac{k2\pi}{N})$

### C.7.1 Propiedades de la Transformada de Fourier

<i>Propiedades</i>	$x(t) \xrightarrow{FT} X(j\omega) \ ; \ y(t) \xrightarrow{FT} Y(j\omega)$
Linealidad	$z(t) = ax(t) + by(t) \xleftrightarrow{FT} Z(j\omega) = aX(j\omega) + bY(j\omega)$
Corrimiento en el tiempo	$x(t - t_0) \xleftrightarrow{FT} e^{-j\omega t_0} X(j\omega)$
Corrimiento en la frecuencia	$e^{j\gamma t} x(t) \xleftrightarrow{FT} X(j(\omega - \gamma))$
Escalamiento	$x(at) \xleftrightarrow{FT} \frac{1}{ a } X\left(j\frac{\omega}{a}\right)$
Diferenciación en el tiempo	$\frac{d}{dt} x(t) \xleftrightarrow{FT} j\omega X(j\omega)$
Diferenciación en la frecuencia	$-jt x(t) \xleftrightarrow{FT} \frac{d}{d\omega} X(j\omega)$
Integración / sumatoria	$\int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau \xleftrightarrow{FT} \frac{1}{j\omega} X(j\omega) + \pi X(j0) \delta(\omega)$
Convolución	$x(t) * y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) y(t - \tau) d\tau \xleftrightarrow{FT} X(j\omega) Y(j\omega)$
Modulación (Sumatoria)	$x(t)z(t) \xleftrightarrow{FT} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(j\nu) Y(j(\omega - \nu)) d\nu$
Dualidad	$X(jt) \xleftrightarrow{FT} 2\pi x(-\omega)$

### C.7.2 Propiedades de la Serie de Fourier

<b>Propiedades</b>	$x(t) \xleftrightarrow{FS;\omega_0} X[k]; y(t) \xleftrightarrow{FS;\omega_0} Y[k]; \text{ periodo} = T$
Linealidad	$z(t) = ax(t) + by(t) \xleftrightarrow{FS;\omega_0} Z[k] = aX[k] + bY[k]$
Corrimiento en el tiempo	$x(t - t_0) \xleftrightarrow{FS;\omega_0} e^{-jk\omega_0 t_0} X[k]$
Corrimiento en la frecuencia	$e^{jk_0\omega_0 t} x(t) \xleftrightarrow{FS;\omega_0} X[k - k_0]$
Escalamiento	$x(at) \xleftrightarrow{FS;a\omega_0} X[k]$
Diferenciación en el tiempo	$\frac{d}{dt} x(t) \xleftrightarrow{FS;\omega_0} jk\omega_0 X[k]$
Diferenciación en la frecuencia	*****
Integración / sumatoria	*****
Convolución	$x(t) \otimes y(t) = \int_{\langle \tau \rangle} x(\tau)y(t - \tau)d\tau \xleftrightarrow{FS;\omega} T X[k] Z[k]$
Modulación (Sumatoria)	$x(t)y(t) \xleftrightarrow{FS;\omega_0} X[k] * Y[k] = \sum_{l=-\infty}^{\infty} X[l]Z[k - l]$
Dualidad	$x[n] \xleftrightarrow{DTFT} X(e^{j\Omega}); X(e^{j\Omega}) \xleftrightarrow{FS;1} x[-k]$

### C.7.3 Propiedades de la FT en tiempo discreto

<b>Propiedades</b>	$x(t) \xleftrightarrow{DTFT} X(e^{j\Omega}); y(t) \xleftrightarrow{DTFT} Y(e^{j\Omega})$
Linealidad	$z[n] = ax[n] + by[n] \xleftrightarrow{DTFT} Z(e^{j\Omega}) = aX(e^{j\Omega}) + bY(e^{j\Omega})$
Corrimiento en el tiempo	$x[n - n_0] \xleftrightarrow{DTFT} e^{-j\Omega n_0} X(e^{j\Omega})$
Corrimiento en la frecuencia	$e^{j\Gamma n} x[n] \xleftrightarrow{DTFT} X(e^{j(\Omega - \Gamma)})$
Escalamiento	$x_z(pn) \xleftrightarrow{DTFT} X_z(e^{j\Omega/p}); x_z(n) = 0, n \neq lp$
Diferenciación en el tiempo	*****
Diferenciación en la frecuencia	$-jn x[n] \xleftrightarrow{DTFT} \frac{d}{d\Omega} X(e^{j\Omega})$
Integración / sumatoria	$\sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] = y[n] \xleftrightarrow{DTFT} \frac{X(e^{j\Omega})}{1 - e^{-j\Omega}} + \pi X(e^{j0}) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega - k2\pi)$
Convolución	$x[n] * y[n] = \sum_{l=-\infty}^{\infty} x[l]y[n - l] \xleftrightarrow{DTFT} X(e^{j\Omega})Y(e^{j\Omega})$
Modulación (Sumatoria)	$x[n]z[n] \xleftrightarrow{DTFT} \frac{1}{2\pi} \int_{(2\pi)} X(e^{j\Gamma})Y(e^{j(\Omega - \Gamma)})d\Gamma$
Dualidad	$x[n] \xleftrightarrow{DTFT} X(e^{j\Omega}); X(e^{j\Omega}) \xleftrightarrow{FS;1} x[-k]$

### C.7.4 Propiedades de la FS en tiempo discreto

Propiedades	$x(t) \xleftrightarrow{DTFS;\Omega_0} X[k]; y(t) \xleftrightarrow{DTFS;\Omega_0} Y[k]; N \text{ per.}$
Linealidad	$z[n] = ax[n] + by[n] \xleftrightarrow{DTFS;\Omega_0} Z[k] = aX[k] + bY[k]$
Corrimiento en el tiempo	$x[n - n_0] \xleftrightarrow{DTFS;\Omega_0} e^{-jk\Omega_0 n_0} X[k]$
Corrimiento en la frecuencia	$e^{jk_0\Omega_0 n} x[n] \xleftrightarrow{DTFS;\Omega_0} X[k - k_0]$
Escalamiento	$x_z(pn) \xleftrightarrow{DTFS;p\Omega_0} pX_z[k]; x_z(n) = 0, n \neq lp$
Diferenciación en el tiempo	*****
Diferenciación en la frecuencia	*****
Integración / sumatoria	*****
Convolución	$x[n] \otimes y[n] = \sum_{l=-N} x[l]y[n-l] \xleftrightarrow{DTFS;\Omega_0} NX[k]Z[k]$
Modulación (Sumatoria)	$x[n]y[n] \xleftrightarrow{DTFS;\omega_0} X(k) \otimes Y(k) = \sum_{l=-N} X[l]Z[k-l]$
Dualidad	$X[n] \xleftrightarrow{DTFS;\Omega_0} \frac{1}{N} x[-k]$

### C.8 Relaciones de las cuatro representaciones de Fourier.

$$g(t) \xleftrightarrow{FS;\omega_0=2\pi/T} G[k] \quad ; \quad v[n] \xleftrightarrow{DTFT} V(e^{j\Omega})$$

$$w[n] \xleftrightarrow{DTFS;\Omega_0=2\pi/N} W[k]$$

- Representación de la FT para una señal periódica en tiempo continuo

$$g(t) \stackrel{(FS)}{=} \sum_{k=-\infty}^{\infty} G[k] e^{jk\omega_0 t} \xleftrightarrow{FT} G(j\omega) = 2\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} G[k] \delta(\omega - k\omega_0)$$

- Representación de la DTFT para una señal periódica en tiempo discreto

$$w[n] \stackrel{(DTFS)}{=} \sum_{k=0}^{N-1} W[k] e^{jk\Omega_0 n} \xleftrightarrow{DTFT} W(e^{j\Omega}) = 2\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} W[k] \delta(\Omega - k\Omega_0)$$

- Representación de la FT para una señal no periódica en tiempo discreto

$$v_\delta(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} v[n] \delta(t - nT) \xleftrightarrow{FT} V_\delta(j\omega) = V(e^{j\Omega})|_{\Omega=\omega T} \stackrel{(DTFT)}{=} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\omega T n}$$

- Representación de la FT para una señal periódica en tiempo discreto

$$w_\delta(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} w[n] \delta(t - nT) \xleftrightarrow{FT} W_\delta(j\omega) = \frac{2\pi}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} W[k] \delta\left(\omega - k \frac{\Omega_0}{T}\right)$$

## C.9 Relaciones de muestreo y traslape

$$x(t) \xleftrightarrow{FT} X(j\omega)$$

$$v[n] \xleftrightarrow{DTFT} V(e^{j\Omega})$$

- Muestreo por impulsos para señales periódicas en tiempo continuo

$$x_\delta(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_s) \delta(t - nT_s) \xleftrightarrow{FT} X_\delta(j\omega) = \frac{1}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X\left(j\left(\omega - k \frac{2\pi}{T_s}\right)\right); \left\langle \frac{2\pi}{T_s} \right\rangle$$

- Muestreo de una señal en tiempo discreto

$$y[n] = v[qn] \xleftrightarrow{DTFT} Y(e^{j\Omega}) = \frac{1}{q} \sum_{m=0}^{q-1} V(e^{j(\Omega - m2\pi)/q}) \quad ; \langle 2\pi \rangle$$

- Muestreo de la DTFT en frecuencia

$$\langle \mathbf{N} \rangle; w[n] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} v[n + mN] \xleftrightarrow{DIFS; \Omega_0 = 2\pi/N} W[k] = \frac{1}{N} V(e^{jk\Omega_0})$$

- Muestreo de la FT en frecuencia

$$\langle \mathbf{T} \rangle; g(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(t + nT) \xleftrightarrow{FS; \omega_0 = 2\pi/T} G[k] = \frac{1}{T} X(jk\omega_0)$$