Capitulo 1.- Introducción

Capitulo 1.- Introducción

1.1 ¿Qué es una señal?

¿Qué es una señal?

- Función de una o más variables que transportan información acerca de la naturaleza de un fenómeno físico. ***Haykin, Van Veen.***
- Cualquier cantidad física que varía con el tiempo, espacio o cualquier otra variable o variables independientes. ***Proakis, Manolakis.***

¿Qué es una señal? (cont.)

- Describen una amplia variedad de fenómenos físicos.
- La información de una señal está contenida en un patrón de variaciones que presenta alguna forma determinada.

Ejemplos de señales

- Comunicación humana mediante señales de voz (frente a frente, telefónicamente, etc).
- Imágenes visuales en nuestro entorno.
- Internet en todas sus modernas aplicaciones: Correo electrónico, información diversa, chat, VoIP, etc.

Ejemplos de señales (cont.)

- Señales biológicas humanas:
  - Electrocardiograma
  - Presión sanguínea
  - Temperatura
  - Electroencefalograma
  - Muchas otras señales para detectar y prevenir enfermedades.

Ejemplos de señales (cont.)

- Pronóstico del tiempo:
  - Variaciones en la temperatura
  - Humedad
  - Velocidad y dirección del viento
  - Fenómenos climáticos
- Nos ayudan a tomar decisiones respecto a qué hacer.

Ejemplos de señales (cont.)

- Fluctuaciones en los mercados:
  - Precios de las acciones
  - Mecancías en los mercados mundiales
  - Divisas
- Para toma de decisiones en el ámbito financiero.

Ejemplos de señales (cont.)

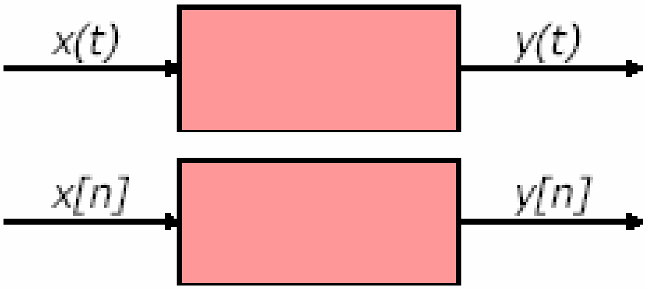
- Sondas espaciales:
  - Valiosa información sobre perfiles de la superficie de los planetas
  - Imágenes infrarrojas que portan información acerca de la temperatura
  - Imágenes ópticas que reflejan las nubosidades alrededor de esos planetas.

Capitulo 1.- Introducción

1.2 ¿Qué es un sistema?

Introducción a los sistemas

- Sistema: Es una entidad que manipula una o más señales para llevar a cabo una función, produciendo de ese modo nuevas señales.



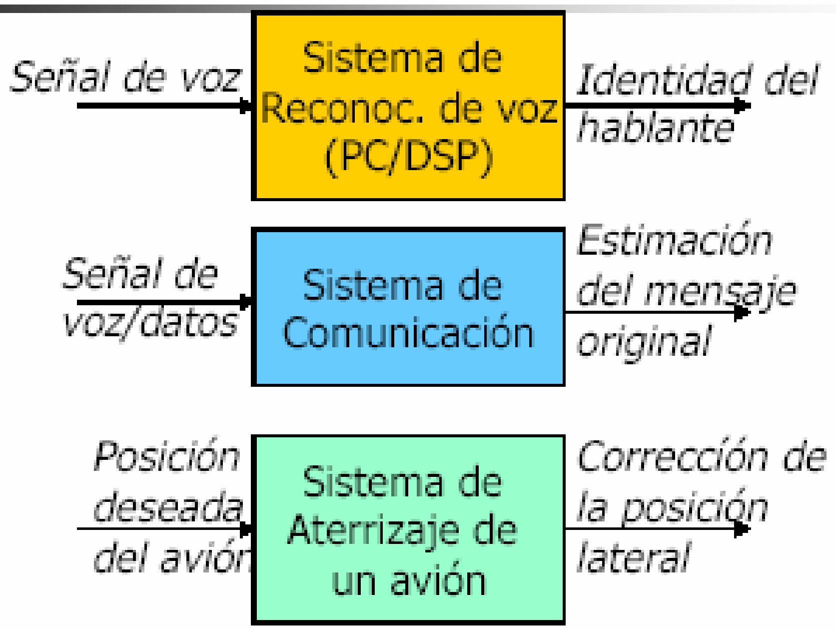
$$y(t) = H\{x(t)\}$$

$$y[n] = H\{x[n]\}$$

Ejemplos de sistemas

- Mecanismo de generación de voz humana (biológico)
- Oídos y vías auditivas en el cerebro (biológico)
- Sistema de reconocimiento de voz humana (electrónico)
- Sistema de Comunicación
- Sistema de aterrizaje del avión

Ejemplos de sistemas (cont.)

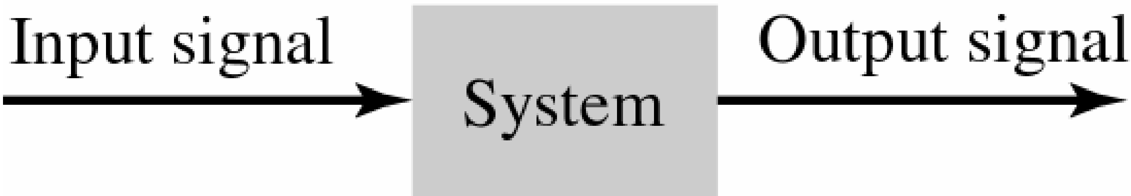


Capitulo 1.- Introducción

1.3 Panorama de sistemas específicos

Figure 1.1 (p. 2)

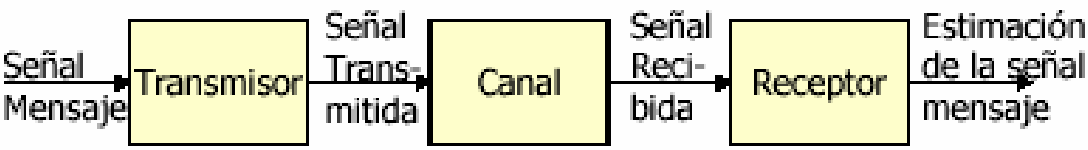
Representación en diagrama de bloques de un sistema



*Sistemas y señales 2003-04**Signals and Systems, 2/E* by Simon Haykin and Barry Van Veen

Representación de sistemas

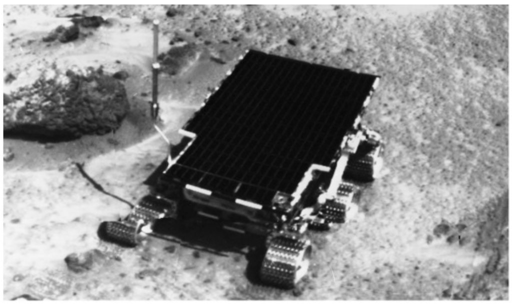
- Sistemas de comunicación



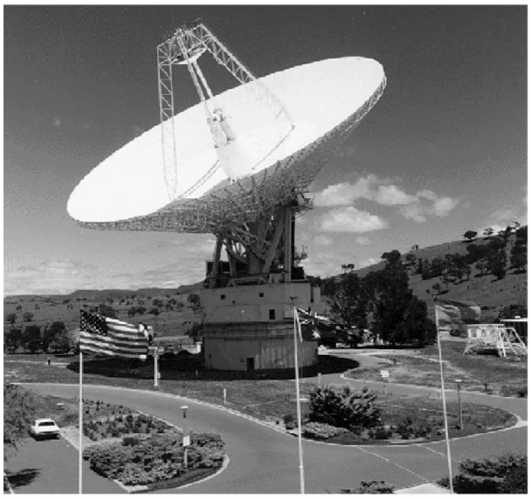
  - Analógico o digital
  - Transmisión (Radiodifusión, TV abierta)
  - Comunicación punto a punto

Figure 1.3 (p. 5)

(a) Instantanea del *Pathfinder* explorando la superficie de Marte. (b) Antena de 70 metros (230 pies) localizada en Camberra, Australia. (Cortesía de Jet Propulsion Laboratory.)



(a)

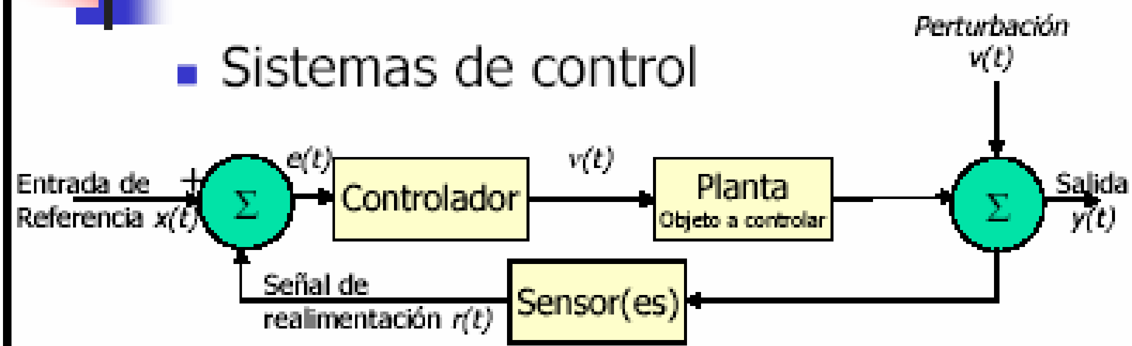


(b)

Sistemas y señales 2003-04Signals and Systems, 2/E by Simon Haykin and Barry Van Veen

Representación de sistemas (cont.)

- Sistemas de control



- El control es empleado en la aplicación de señales y sistemas en la industria
- Objetivos: Respuesta satisfactoria, desempeño robusto.

Figure 1.5 (p. 8)

Lanzamiento del transvordador espacial de la NASA.
(Cortesía de la NASA.)

Sensado Remoto:

"Proceso de **adquirir información** acerca de un objeto de interés sin estar en contacto físico con él"

Detectando y midiendo (activa/pasiva) los cambios que el objeto impone sobre el campo circundante.

Electromagnético, acústico, magnético, ..

Ondas de radio, microondas, infrarroja, visible, ultravioleta, rayos X, ...

SAR : Radar de apertura sintetizada

Sistemas y señales 2003-04Signals and Systems, 2/E by Simon Haykin and Barry Van Veen
Copyright © 2003 John Wiley & Sons. Inc. All rights reserved.

Figure 1.6a (p. 8)

Structure of lateral capacitive accelerometers.

(Taken from Yazdi et al., *Proc. IEEE*, 1998)

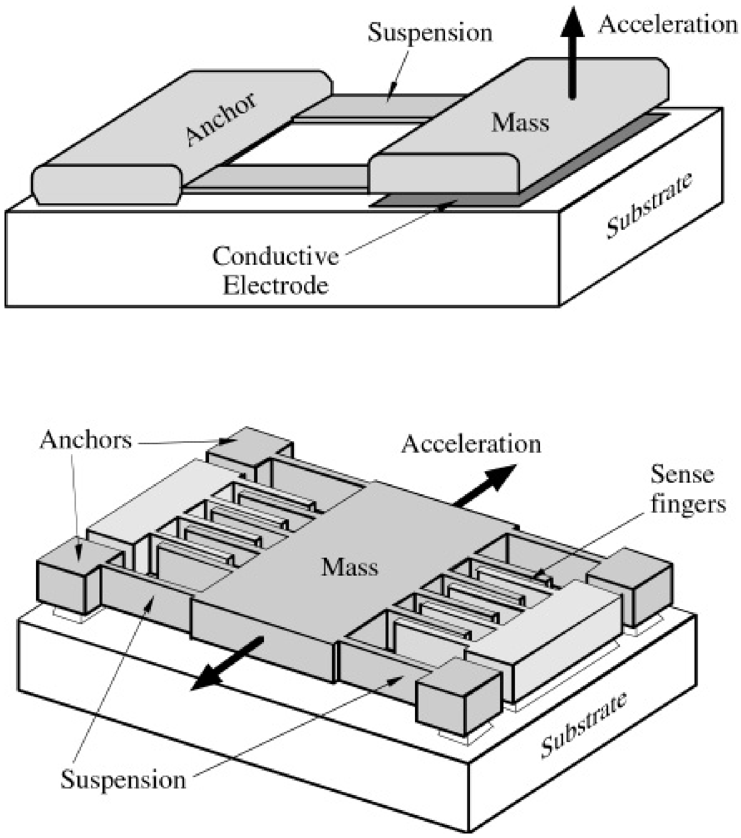


Figure 1.6b (p. 9)

SEM view of Analog Device's ADXLO5 surface-micromachined polysilicon accelerometer.

(Taken from Yazdi et al., *Proc. IEEE*, 1998)

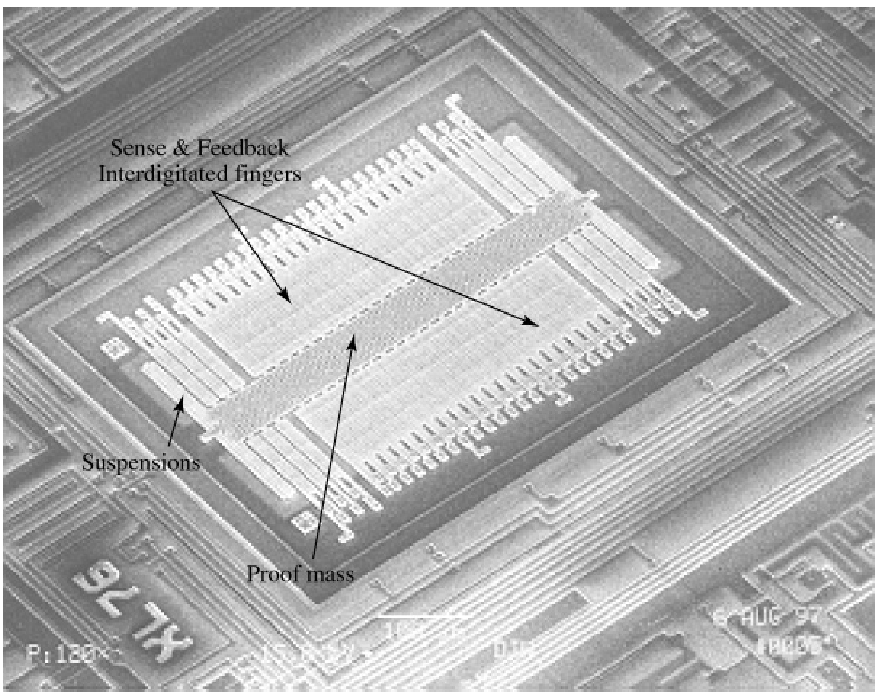


Figure 1.7 (p. 11)
Perspectival view of Mount Shasta (California), derived from a pair of stereo radar images acquired from orbit with the shuttle Imaging Radar (SIR-B). (Courtesy of Jet Propulsion Laboratory.)

Procesamiento de señales biomédicas :

Señales biológicas, neuronas

ECG : electrocardiograma

EEG : electroencefalograma

Detección y supresión de ruido (artefacto)

instrumentales, biológicos, análisis (redondeo), ...

FILTROS

Figure 1.8 (p. 12)

Morphological types of nerve cells (neurons) identifiable in monkey cerebral cortex, based on studies of primary somatic sensory and motor cortices. (Reproduced from E. R. Kande, J. H. Schwartz, and T. M. Jessel, *Principles of Neural Science,* 3d ed., 1991; courtesy of Appleton and Lange.)

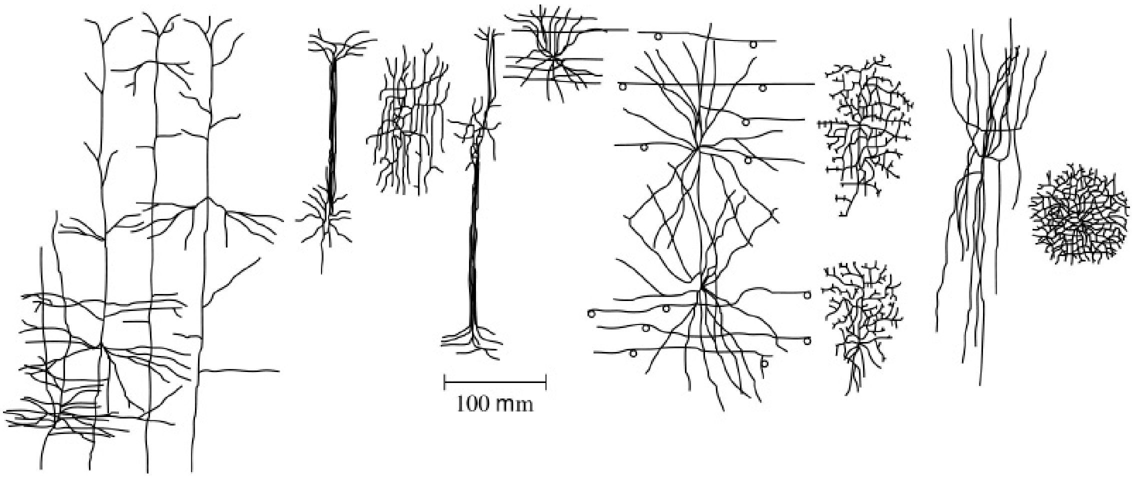
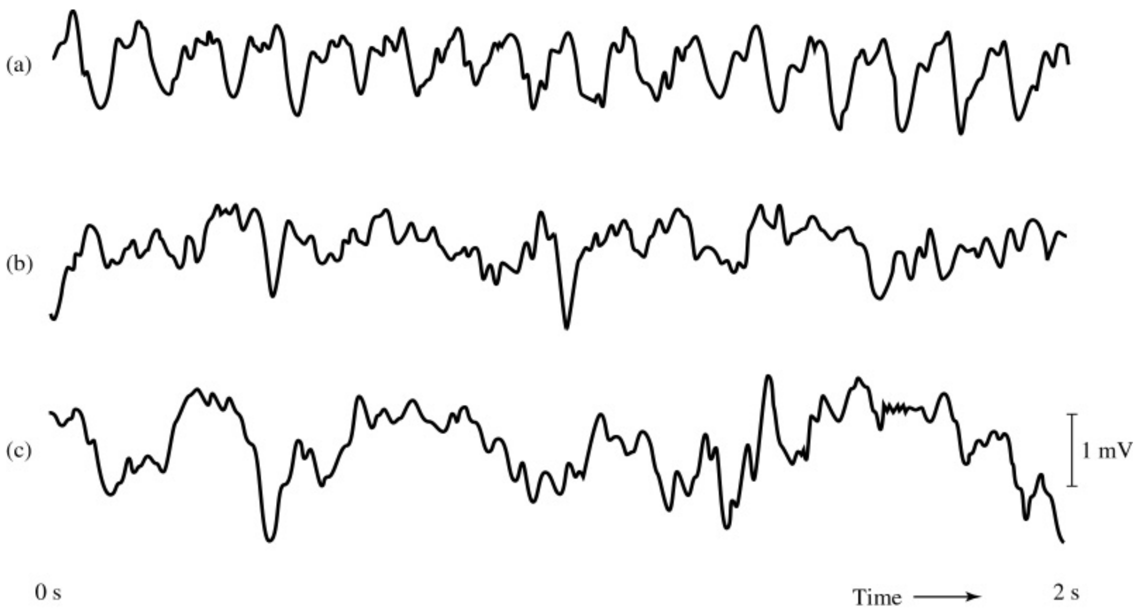


Figure 1.9 (p. 13)

The traces shown in (a), (b), and (c) are three examples of EEG signals recorded from the hippocampus of a rat. Neurobiological studies suggest that the hippocampus plays a key role in certain aspects of learning and memory.



Sensado auditivo :

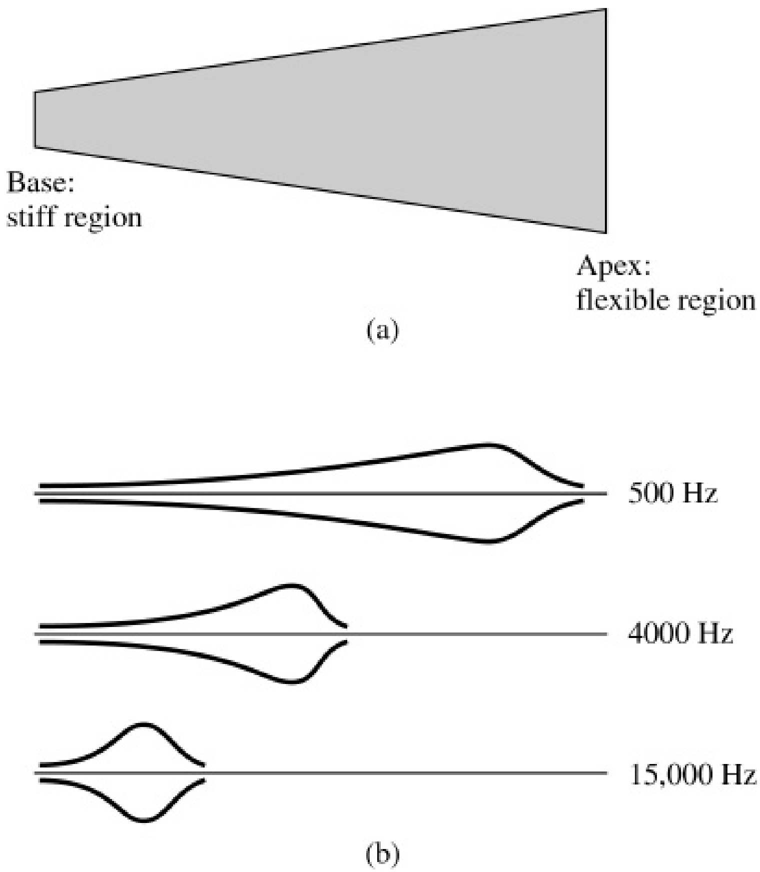
Sonido : vibraciones, perturbaciones aire, ondas acústicas.

Oido : **externo** (captación)

medio (impedancia acústica,membrana timpánica y basilar)

interno (señal electroquímica/nerviosa , ventana oval, huesecillos, cóclea)

Figure 1.10 (p. 14)
(a) In this diagram, the basilar membrane in the cochlea is depicted as if it were uncoiled and stretched out flat; the "base" and "apex" refer to the cochlea, but the remarks "stiff region" and "flexible region" refer to the basilar membrane. (b) This diagram illustrates the traveling waves along the basilar membrane, showing their envelopes induced by incoming sound at three different frequencies.



Procesamiento analógico de señales contra digital

ANALÓGICO :resolver ecuaciones diferenciales,...

DIGITAL : Flexibilidad, repetibilidad, mayor complejidad circuiteria,

MIXTOS :

Capitulo 1.- Introducción

1.4 Clasificación de señales

(univaluadas, reales/complejas)

En tiempo continuo y discreto

Pares e impares

Periódicas y no periódicas

Deterministas y aleatorias

De energía y de potencia

Sistemas y señales 2003-04Signals and Systems, 2/E by Simon Haykin and Barry Van Veen
Copyright © 2003 John Wiley & Sons. Inc. All rights reserved.

Tipos de señales (Reales vs Complejas)

- Real:
  - Señal que sólo cotiene una parte "real" (La parte imaginaria es cero, $x(t) = x_1(t)$
- Compleja:
  - Señal que tiene partes real e imaginaria
  - $X(t) = x_1(t) + jx_2(t)$

Tipos de señales (Mono-canal vs multicanal)

- Monocanal:
  - Provienen de una sola fuente o canal
  - Ejem: Cualquier señal en función de una variable (ejem: oscilación sinusoidal)
- Multicanal:
  - Provienen de múltiples fuentes o canales
  - Ejemplo: electrocardiograma (3, 12).

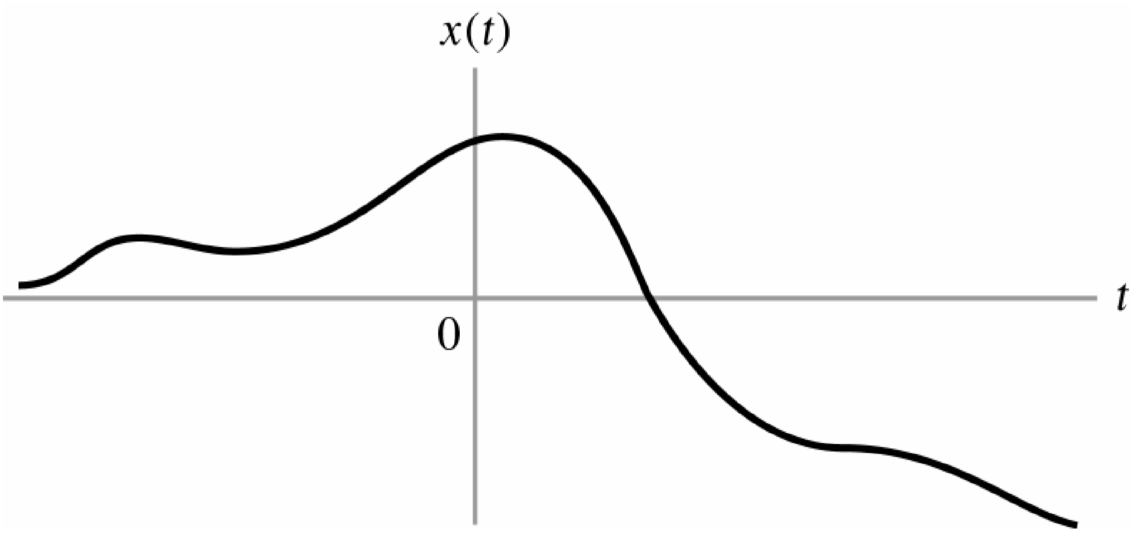
Tipos de señales (Monodimensional vs multidimensional)

- Monodimensional
  - Es de una dimensión
  - Es función de una sola variable
- Multidimensional
  - De dos o más variables
  - De dos o más dimensiones. Ejem: fotografía blanco y negro

Tipos de señales (Continuas vs discretas)

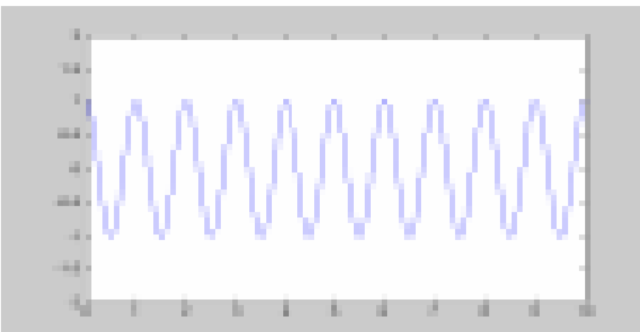
- De tiempo continuo (continuas)
  - Son señales continuas en el tiempo
  - Definidas por una sucesión continua de valores
  - Surgen de un fenómeno físico
  - Se obtienen mediante un transductor
  - Ejemplos: voz, temp., oscilaciones, etc.
  - Si su amplitud es continua: analógicas

Figure 1.11 (p. 17)
Continuous-time signal.



Tipos de señales (Continuas vs discretas) (cont.)

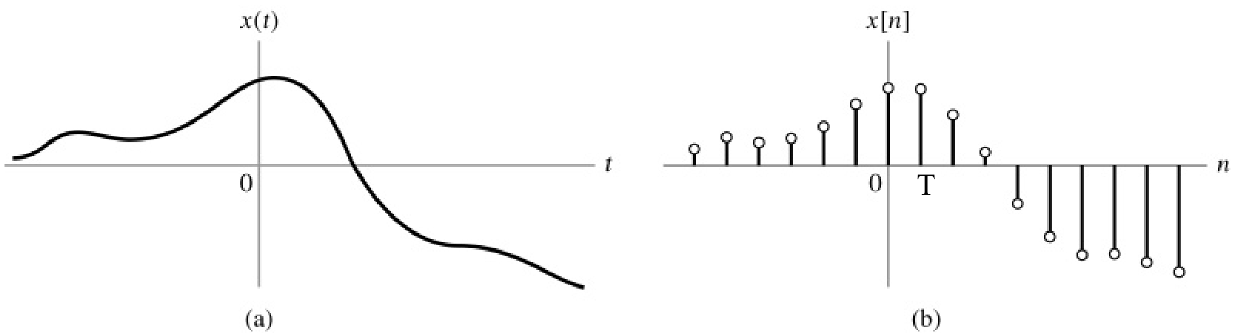
- Nomenclatura (continuas): x(t)



Tipos de señales (Continuas vs discretas) (cont.)

- De tiempo discreto (discretas)
  - Se define sólo en instantes de tiempo discretos
  - Se derivan a menudo de señales continuas, muestreadas a una tasa uniforme
  - Se representa por una secuencia de números
  - Si su amplitud es discreta: <u>digitales</u>

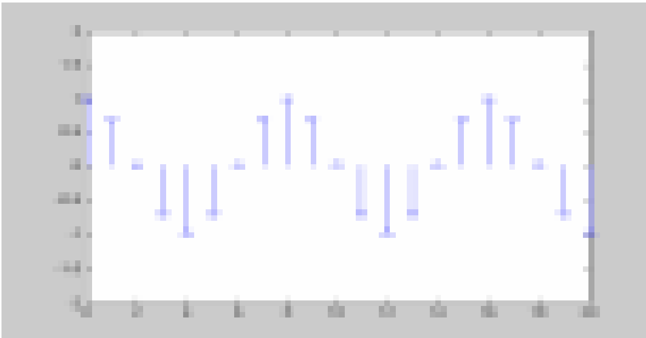
Figure 1.12 (p. 17)
(a) Continuous-time signal $x(t)$. (b) Representation of $x(t)$ as a discrete-time signal $x[n]$.



Tipos de señales (Continuas vs discretas) (cont.)

- Nomenclatura (discretas): x[n]

  x[n]=x[nT], n=0, ± 1, ± 2,...



Tipos de señales (Analógicas vs digitales

- Analógicas
  - Además de ser continua en tiempo es de amplitud continua
  - Puede ocupar cualquier nivel de amplitud en un intervalo continuo
  - Ejem: La mayoría de las señales obtenidas a partir de un transductor.

Tipos de señales (Analógicas vs digitales (cont.)

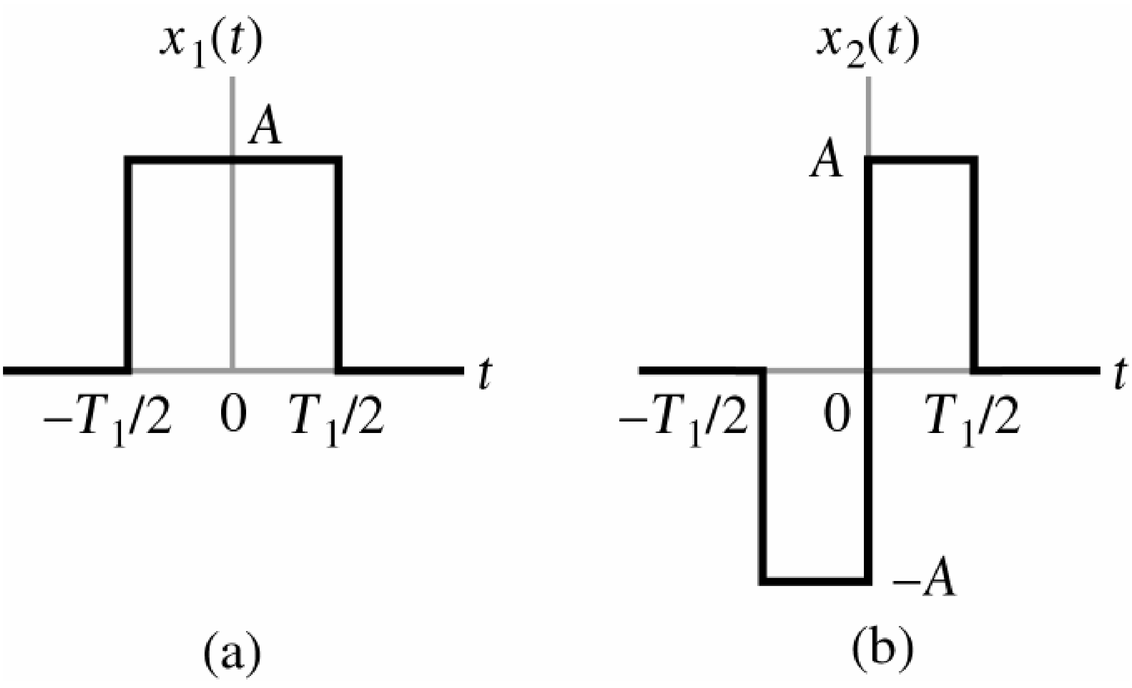
- Digitales:
  - Es una señal que además de ser de tiempo discreto es de amplitud discreta
  - Su amplitud sólo ocupa un conjunto finito de valores
  - Ejem: Salida de un ADC, Señal de 1's y 0's

Tipos de señales (Pares vs impares)

- Par:
  - Simétrica respecto al eje "y" (vertical)
  - Cumplen la condición: $x(t) = x(-t)$
- Impar:
  - Antisimétrica respecto al eje "y"
  - Cumplen la condición: $x(t) = -x(-t)$

$$Simetría\,conjugada$$
$$x(-t) = x^*(t)$$
$$x(t) = a(t) + jb(t)$$
$$x^*(t) = a(t) - jb(t)$$
$$a(t)\ par; \quad b(t)\ impar$$

Figure 1.13 (p. 20)
(a) One example of continuous-time signal.
(b) Another example of a continuous-time signal.



Tipos de señales (Pares vs impares) (cont.)

- Cualquier señal puede ser descompuesta como una suma de dos señales, una par y una impar:

  $X(t) = x_p(t) + x_i(t)$

  $x_p(t) = ½[x(t) + x(-t)]$

  $x_i(t) = ½[x(t) - x(-t)]$

Tipos de señales (Periódicas vs no periódicas)

- Periódica:
  - Tiene una unidad mínima de repetición
  - Satisface la condición: f(t) = f(t + T), para todo T. T en su valor más pequeño es el periodo fundamental.
  - F = 1/T (Hz), $\omega=2\pi/T$ (rad/s)
- Aperiódica:
  - No cumple la condición de f(t) = f(t + T)

Señales periódicas en tiempo discreto

- Una señal discreta x[n] se dice que es periódica si satisface:
  - x[n] = x[n+N], para todos los enteros de n
  - N, es un entero positivo. N, en su valor más pequeño se llama periodo fundamental de x[n].
  - Frecuencia angular fundamental: $\Omega=2\pi/N$ (radianes).

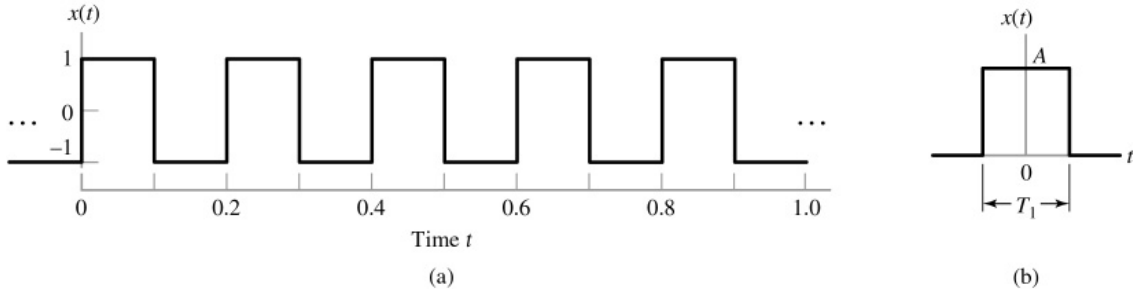


Figure 1.15 (p. 21)

Triangular wave alternative between –1 and +1 for Problem 1.3.

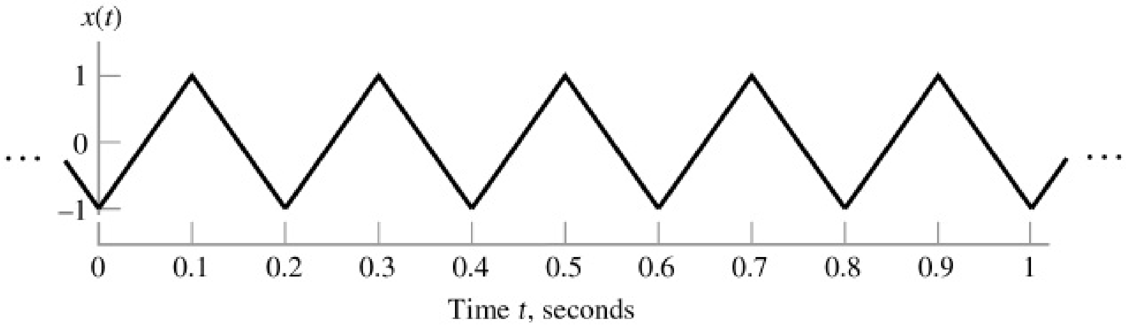
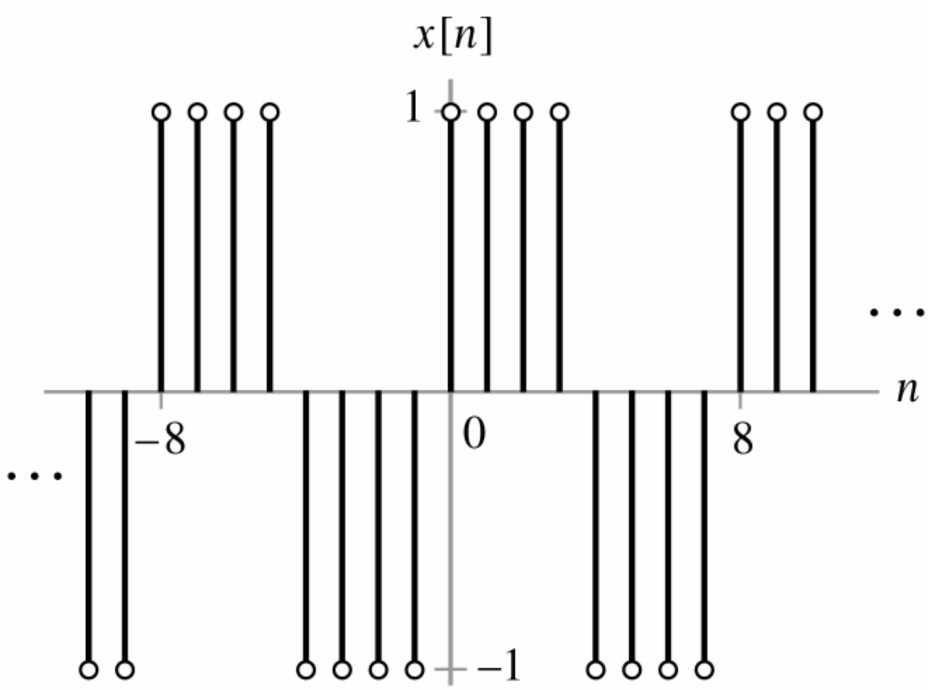


Figure 1.16 (p. 22)

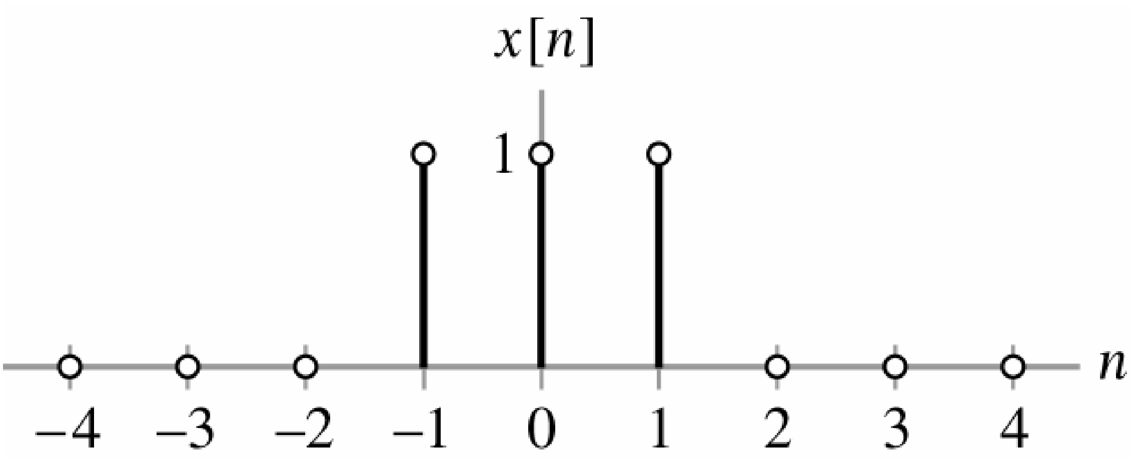
Discrete-time square wave alternative between –1 and +1.



Sistemas y señales 2003-04Signals and Systems, 2/E by Simon Haykin and Barry Van Veen
Copyright © 2003 John Wiley & Sons. Inc. All rights reserved.

Figure 1.17 (p. 22)

Aperiodic discrete-time signal consisting of three nonzero samples.



Tipos de señales (Determinísticas vs aleatorias)

- Determinística:
  - No hay incertidumbre en cuanto a su valor en cualquier tiempo. Tiene una función de tiempo bien definida
  - Puede ser descrita por una ecuación matemática explícita (modelo de la señal).
- Aleatoria:
  - Es impredecible o no se puede describir mediante una ecuación simple.

Tipos de señales (De Energía vs de potencia)

- De energía:
  - Si la energía total de la señal está bien definida (es finita), esto es, si satisface:

$$0 < E < \infty$$

- De potencia:
  - Si la potencia promedio de la señal está bien definida, esto es, si satisface:

$$0 < P < \infty$$

Tipos de señales (De Energía vs de potencia) (cont.)

- Ecuaciones para calcular la potencia promedio y la energia total para señales continuas y discretas, respectivamente:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t)dt \qquad P = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x^2(t)dt$$ Señal periódica

$$E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x^2[n] \qquad P = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x^2[n]$$ Señal periódica

Señales de energía, señales de potencia

$$Energia\ Total\ \begin{cases} E = \lim_{T\to\infty} \int_{-T/2}^{T/2} x^2(t)dt = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t)dt \\ E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x^2[n] \end{cases}$$

$$Potencia\ Promedio\ \begin{cases} P = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x^2(t)dt \\ P = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{n=-N}^{N} x^2[n] \end{cases}$$

$$Señales\ Periódicas: Potencia\ Promedio\ \begin{cases} P = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x^2(t)dt \\ P = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x^2[n] \end{cases}$$

Capitulo 1.- Introducción

1.5 Operaciones básicas sobre señales

1.-Sobre variables dependientes :

- ✓Escalamiento de amplitud y(t)=cx(t) ; y[n]=cx[n]
- ✓Suma $y(t)=x_1(t)+x_2(t)$; $y[n]=x_1[n]+x_2[n]$
- ✓Multiplicación $y(t)=x_1(t)x_2(t)$; $y[n]=x_1[n]\,x_2[n]$
- ✓Diferenciación $y(t) = \frac{d}{dt}x(t)$
- ✓Integración. $y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\tau)d\tau$

2.-Sobre variables independientes

Figure 1.18 (p. 26)
Inductor with current *i*(*t*), inducing voltage *v*(*t*) across its terminals.

$$v(t) = L\,\frac{d}{dt}\,i(t)$$

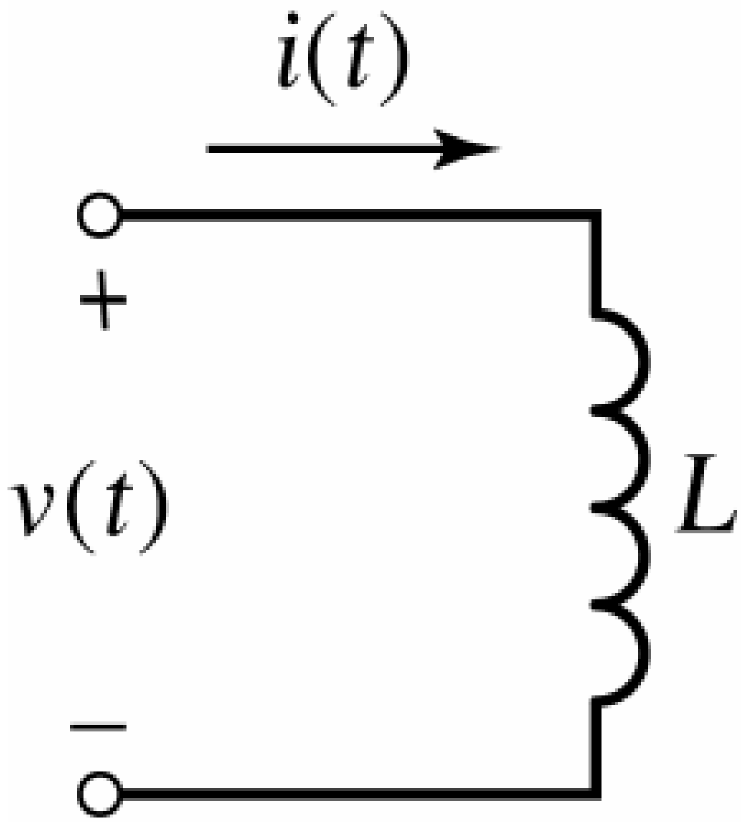
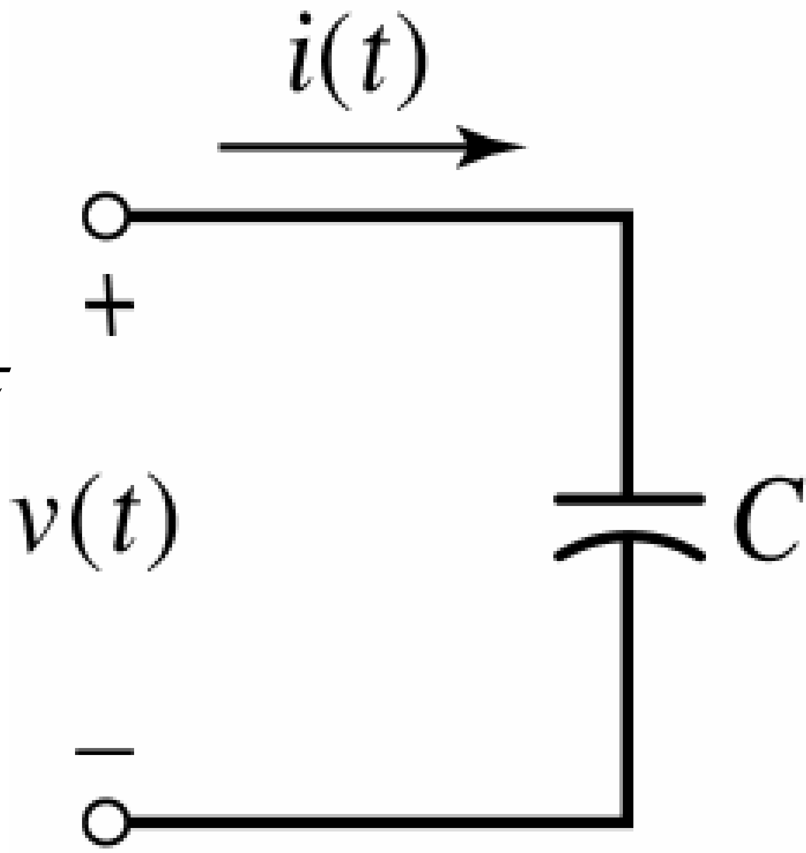


Figure 1.19 (p. 27)
Capacitor with voltage *v*(*t*) across its terminals, inducing current *i*(*t*).

$$v(t) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(\tau)\,d\tau$$



SISTEMAS Y SEÑALES

BIBLIOGRAFÍA

Básica

HAYKIN, Simon ; VAN VEEN, Barry
"Señales y sistemas"
Limusa Wiley, 2001
www.wiley.com/college/haykin

SOLIMAN, Samir S. ; SRINATH, Mandyam D.
"SEÑALES Y SISTEMAS continuos y discretos", Prentice may, 1999

Capitulo 1.- Introducción

1.5 Operaciones básicas sobre señales

2.- Sobre la variable independiente :

- ✓Escalamiento de tiempo
- ✓Reflexión
- ✓Corrimiento (desplazamiento) en tiempo

Transformaciones de la variable independiente

- Escalamiento en el tiempo
  - Compresión: y(t) = x(2t), la forma de onda se hace más angosta
  - Expansión: y(t) = x(t/2), la forma de onda hace más ancha.

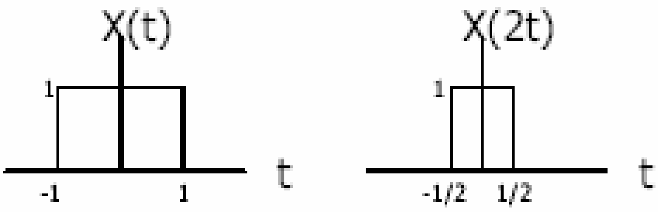


Figure 1.20 (p. 27)
Time-scaling operation; (a) continuous-time signal $x(t)$, (b) version of $x(t)$ compressed by a factor of 2, and (c) version of $x(t)$ expanded by a factor of 2.

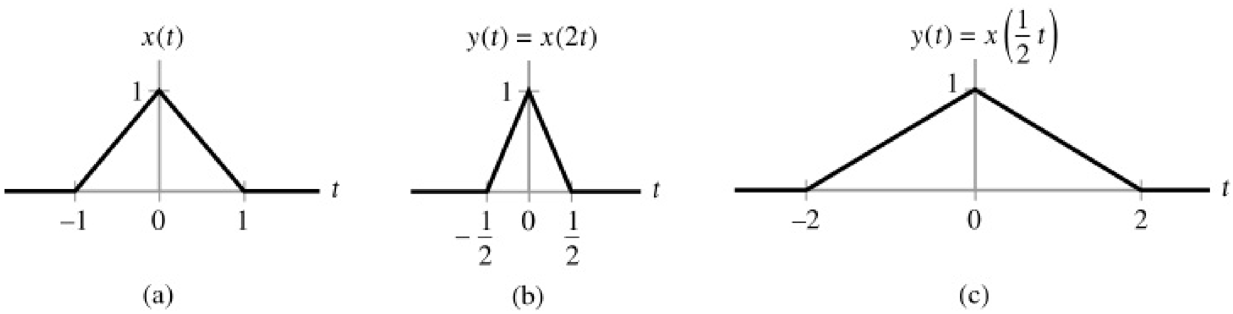
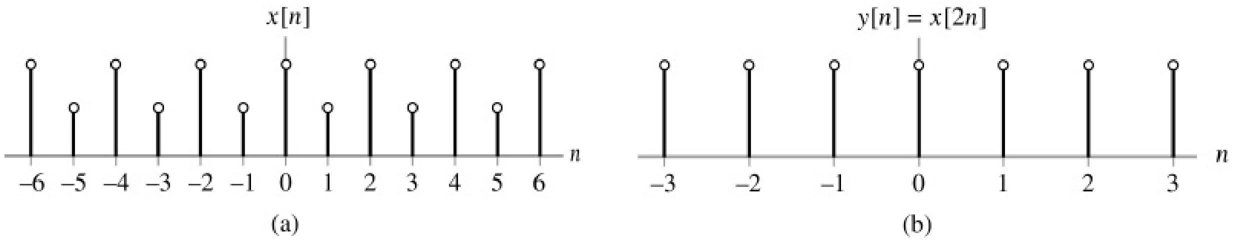


Figure 1.21 (p. 28)

Effect of time scaling on a discrete-time signal: (a) discrete-time signal *x*[*n*] and (b) version of *x*[*n*] compressed by a factor of 2, with some values of the original *x*[*n*] lost as a result of the compression.



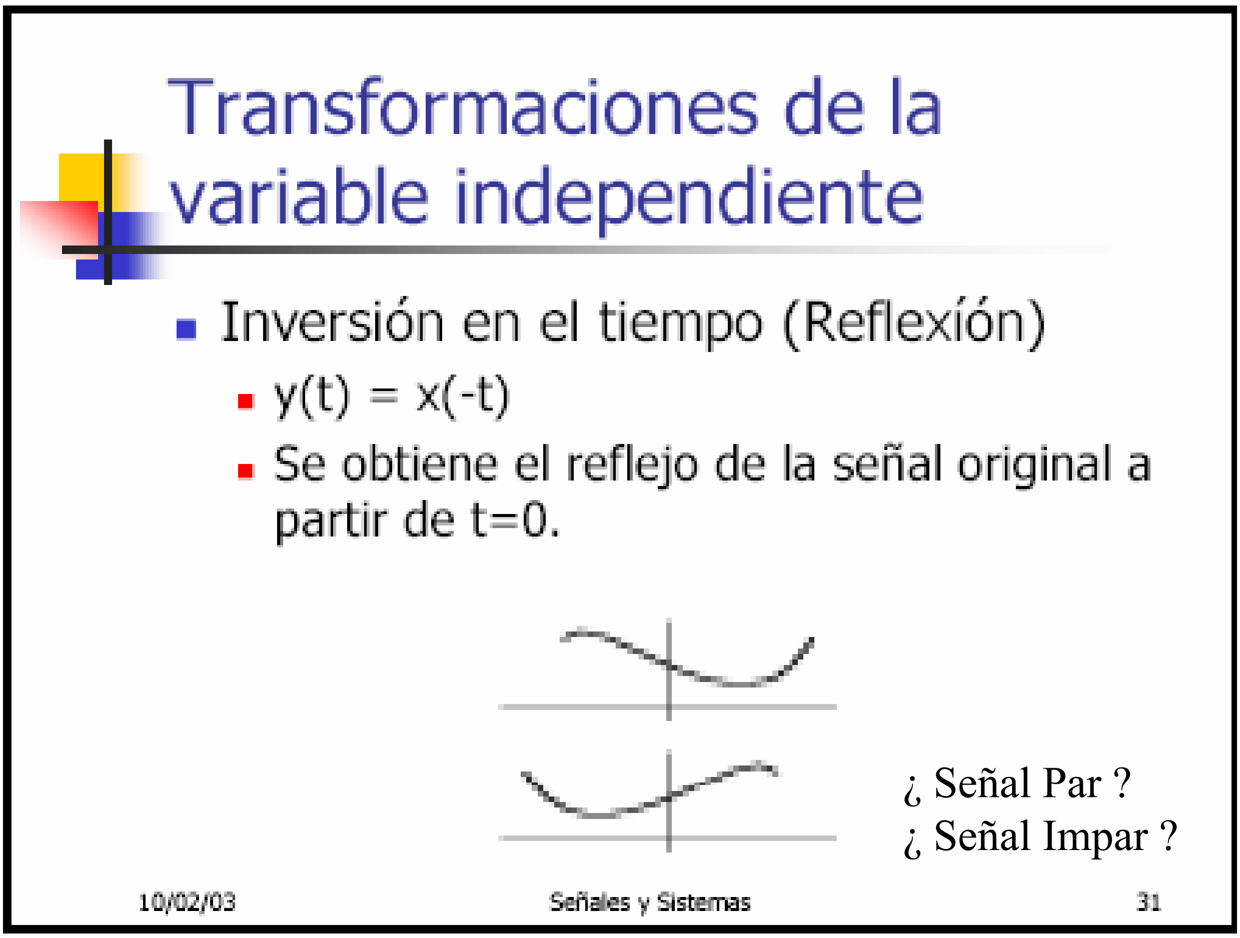
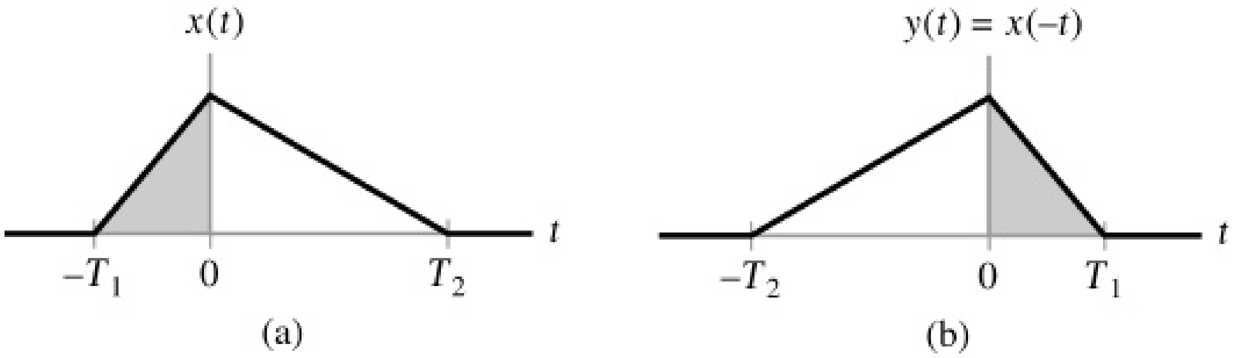


Figure 1.22 (p. 28)

Operation of reflection: (a) continuous-time signal $x(t)$ and (b) reflected version of $x(t)$ about the origin.



Transformaciones de la variable independiente

- Corrimiento en el tiempo
  - Retraso: $y(t) = x(t-t_0)$, la forma de onda se corre a la derecha
  - Adelanto: $y(t) = x(t+t_0)$, la forma de onda se corre a la izquierda.

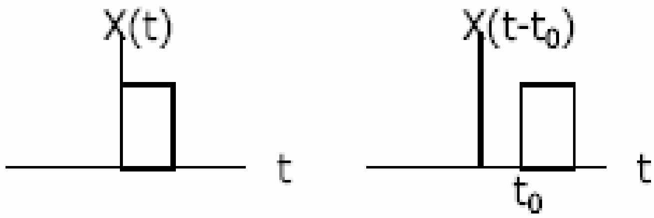
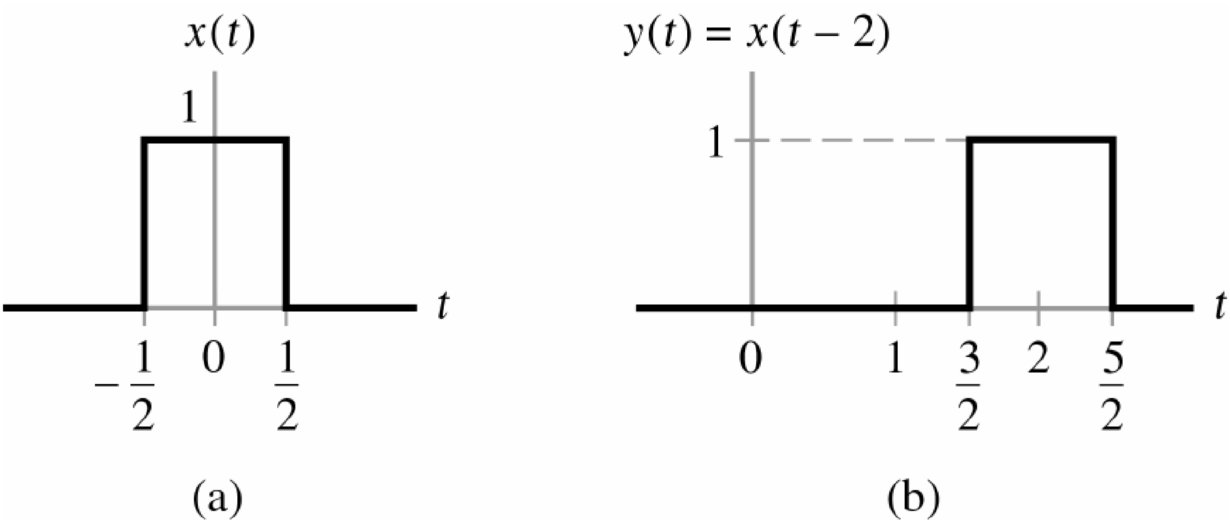


Figure 1.23 (p. 29)

Time-shifting operation: (a) continuous-time signal in the form of a rectangular pulse of amplitude 1.0 and duration 1.0, symmetric about the origin; and (b) time-shifted version of $x(t)$ by 2 time shifts.



Resumen de transformaciones de la variable independiente

- $x(t) = x(\alpha t + \beta)$
  - Si $|\alpha|<1$: expansión
  - Si $|\alpha|>1$: compresión
  - Si $\alpha<0$: inversión en el tiempo
  - Si $\beta \neq 0$: desplazamiento en el tiempo
- Reglas
  - Primero: Desplazar de acuerdo a β
  - Segundo: Escalar de acuerdo a α

$$y(t) = x(\alpha t + \beta)$$

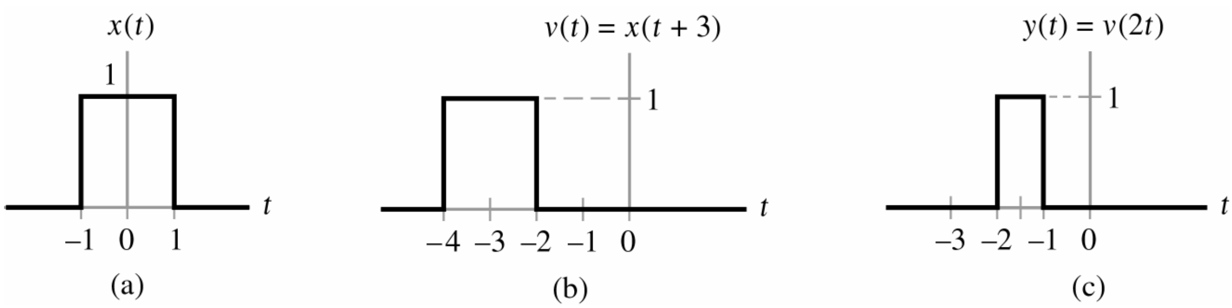
$$y(0) = x(\beta)$$

$$y\left(\frac{-\beta}{\alpha}\right) = x(0)$$

Figure 1.24 (p. 31)

The proper order in which the operations of time scaling and time shifting should be applied in the case of the continuous-time signal of Example 1.5. (a) Rectangular pulse *x*(*t*) of amplitude 1.0 and duration 2.0, symmetric about the origin. (b) Intermediate pulse *v*(*t*), representing a time-shifted version of *x*(*t*). (c) Desired signal *y*(*t*), resulting from the compression of *v*(*t*) by a factor of 2.

$$y(t) = x(2t+3) \Rightarrow \begin{array}{l} v(t) = x(t+3) \\ y(t) = v(2t) = x(2t+3) \end{array}$$



$$y(t) = x(2t+3)$$

Figure 1.25 (p. 31)

The incorrect way of applying the precedence rule. (a) Signal *x*(*t*). (b) Time-scaled signal *v*(*t*) = *x*(2*t*). (c) Signal *y*(*t*) obtained by shifting *v*(*t*) = *x*(2*t*) by 3 time units, which yields *y*(*t*) = *x*(2(*t* + 3)).

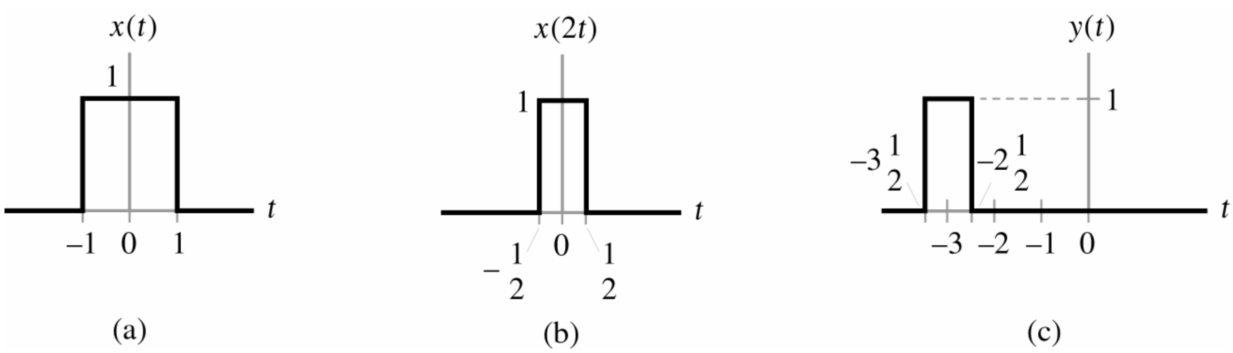
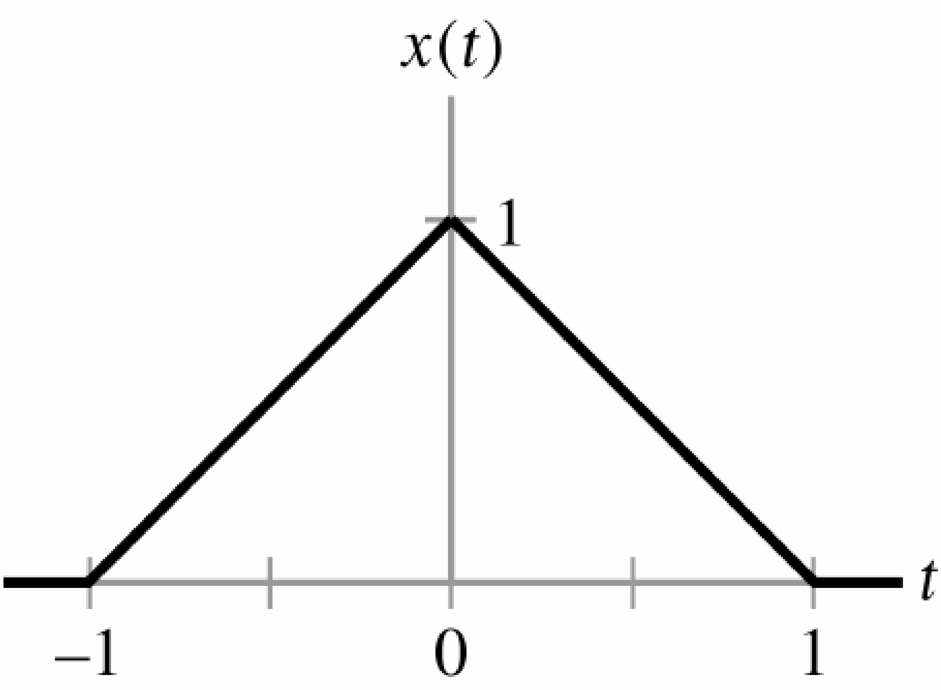


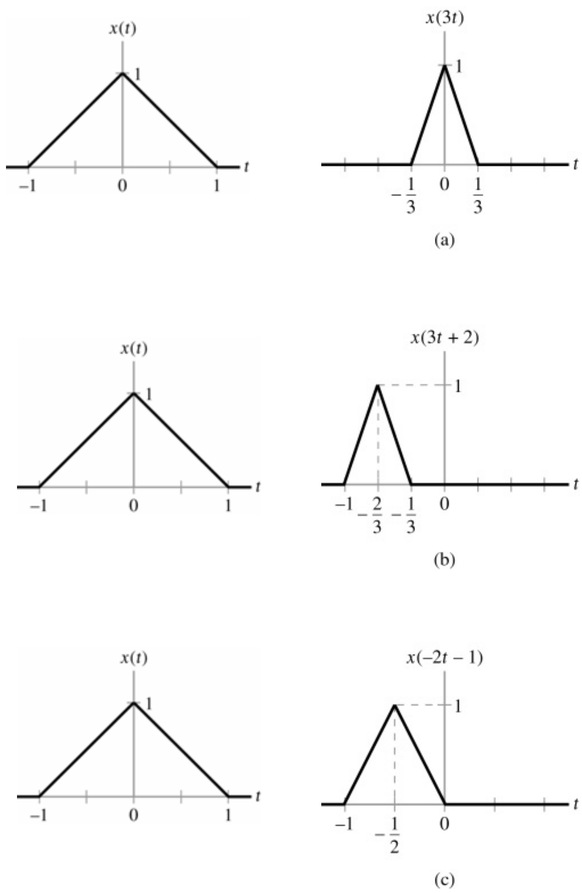
Figure 1.26 (p. 32)

Triangular pulse for Problem 1.14.



Sistemas y señales 2003-04Signals and Systems, 2/E by Simon Haykin and Barry Van Veen

Figure P1.14a (p. 32)



Sistemas y señales 2003-04Signals and Systems, 2/E by Simon Haykin and Barry Van Veen

Figure P1.14b (p. 32)

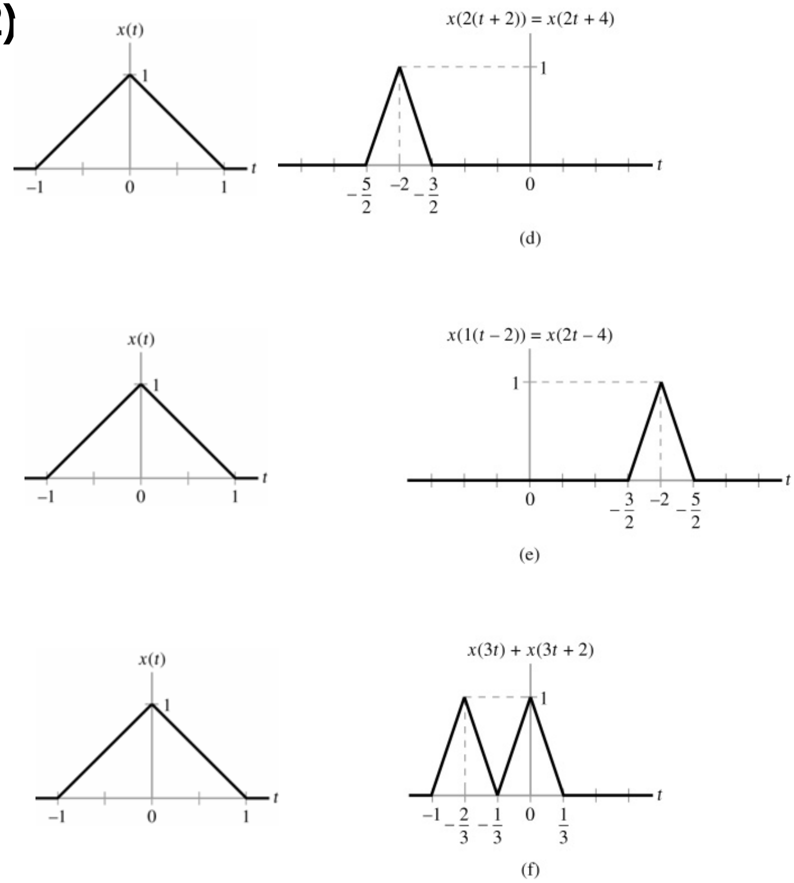
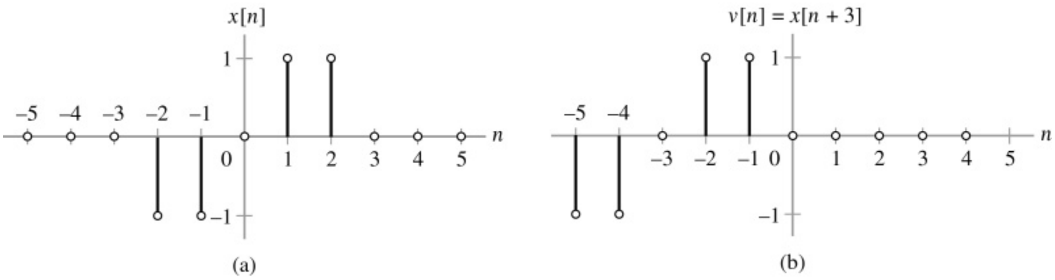
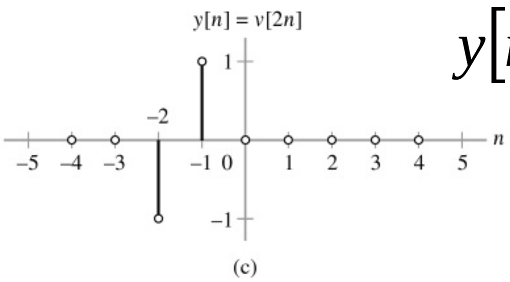


Figure 1.27 (p. 33)

The proper order of applying the operations of time scaling and time shifting for the case of a discrete-time signal. (a) Discrete-time signal *x*[*n*], antisymmetric about the origin. (b) Intermediate signal *v*(*n*) obtained by shifting *x*[*n*] to the left by 3 samples. (c) Discrete-time signal *y*[*n*] resulting from the compression of *v*[*n*] by a factor of 2, as a result of which two samples of the original *x*[*n*], located at *n* = –2, +2, are lost.





$$y[n] = x[2n+3]$$

Capitulo 1.- Introducción

1.6 Señales elementales

Exponenciales

Senoidales

Escalón

Impulso

Rampa

Señales básicas (cont.)

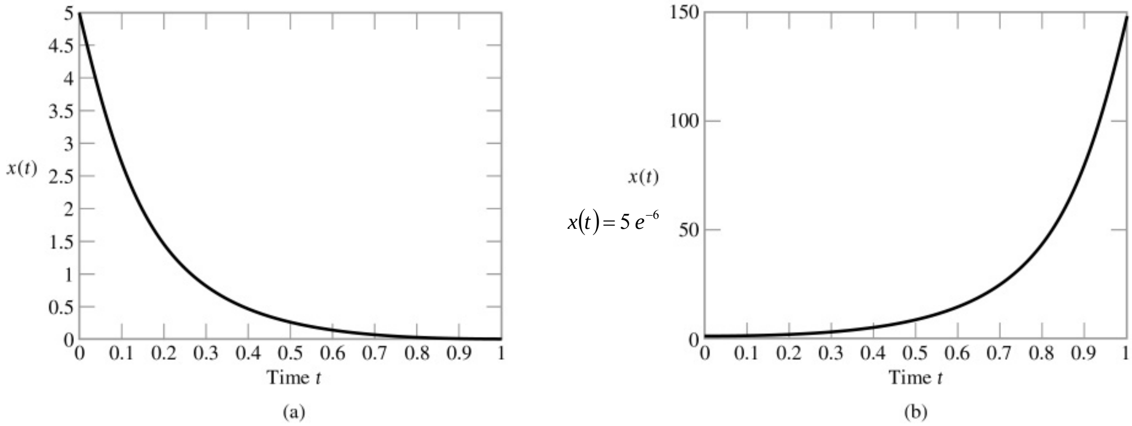
- Señal exponencial real de tiempo continuo

$$x(t) = Be^{at} \quad B, a \quad real$$

- Caso a<0: Decaimiento exponencial
- Caso a>0: Crecimiento exponencial
- Caso a=0: Señal de DC igual a B

Figure 1.28 (p. 34)

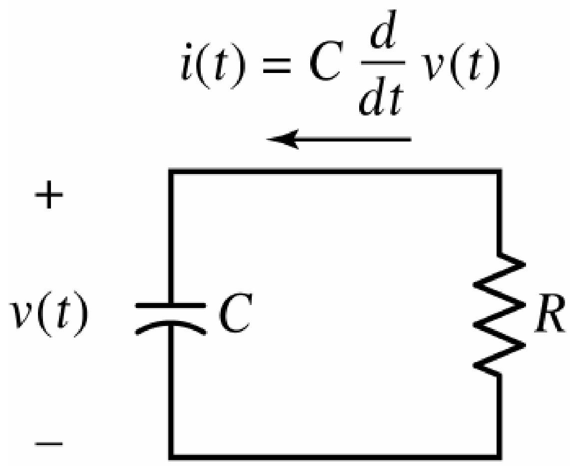
(a) Decaying exponential form of continuous-time signal. (b) Growing exponential form of continuous-time signal.



$$x(t) = 5\,e^{-6t} \qquad\qquad x(t) = e^{5t}$$

Figure 1.29 (p. 35)

Lossy capacitor, with the loss represented by shunt resistance *R*.



$$RC\frac{d}{dt}v(t)+v(t)=0$$

$$t \geq 0$$

$$v(t)=V_0\,e^{\frac{-t}{RC}}$$

Sistemas y señales 2003-04Signals and Systems, 2/E by Simon Haykin and Barry Van Veen
Copyright © 2003 John Wiley & Sons. Inc. All rights reserved.

Señales básicas (cont.)

- Señal exponencial real de tiempo discreto

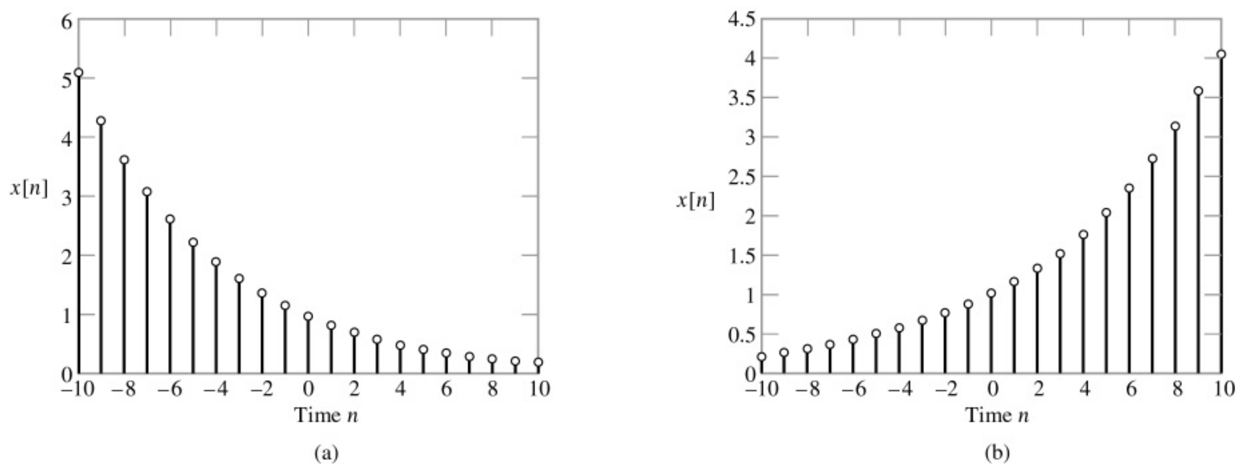
$$x[n] = Br^n, r = e^{\alpha}$$

- Caso 0<r<1: Decaimiento exponencial
- Caso r>1: Crecimiento exponencial

$$r < 0 : signos\ alternos$$

Figure 1.30 (p. 35)

(a) Decaying exponential form of discrete-time signal. (b) Growing exponential form of discrete-time signal.



$0 < r < 1$ $r > 1$

Señales básicas (cont.)

- Señal exponencial compleja de tiempo continuo:

$$x(t) = e^{j\omega_0 t}, B = 1, a = j\omega_0$$

- Señal exponencial compleja de tiempo discreto:

$$x[n] = e^{j\Omega n}, B = 1, r = e^{j\Omega}$$

Señales básicas (cont.)

- Señal senoidal continua:

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi), \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \quad ; T = \frac{2\pi}{\omega}$$

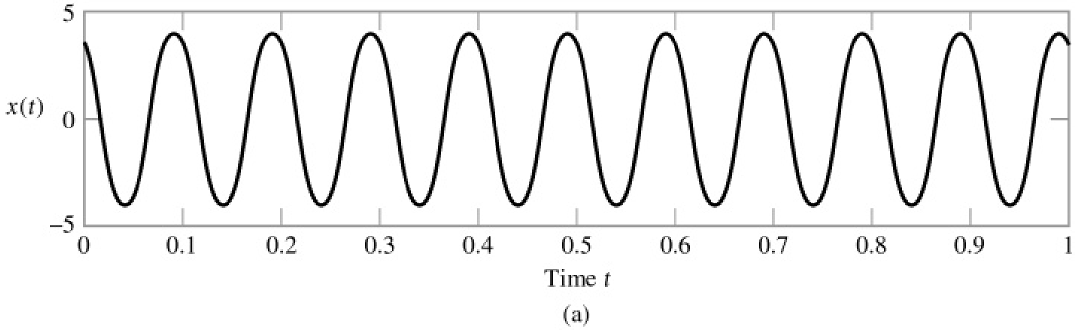
- Señal senoidal discreta:

$$x[n] = A\cos(\Omega n + \phi),$$

$$\Omega = \frac{2\pi m}{N}, \quad m, N \;\; enteros$$

Figure 1.31 (p. 36)

(a) Sinusoidal signal $A\cos(\omega t + \Phi)$ with phase $\Phi = +\pi/6$ radians.
(b) Sinusoidal signal $A\sin(\omega t + \Phi)$ with phase $\Phi = +\pi/6$ radians.



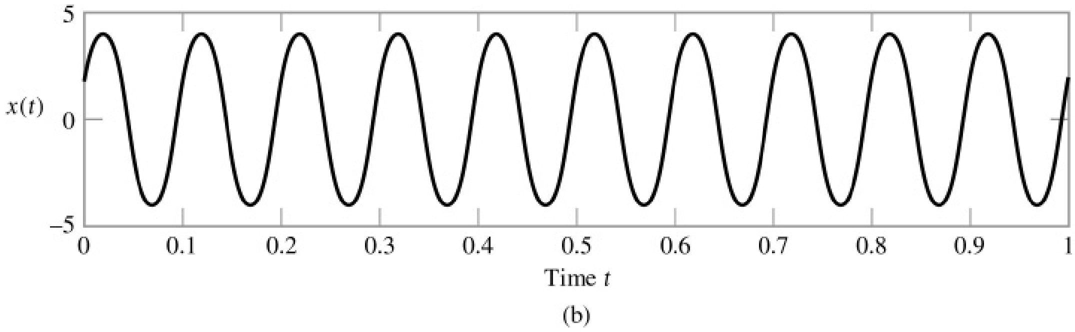
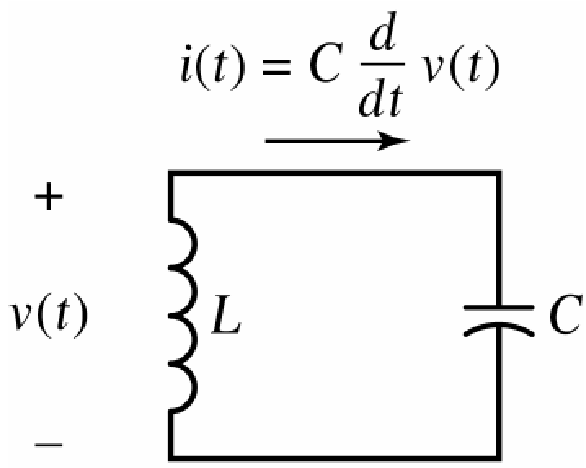


Figure 1.32 (p. 37)

Parallel *LC* circuit, assuming that the inductor *L* and capacitor *C* are both ideal.



$$LC\frac{d^2}{dt^2}v(t) + v(t) = 0$$

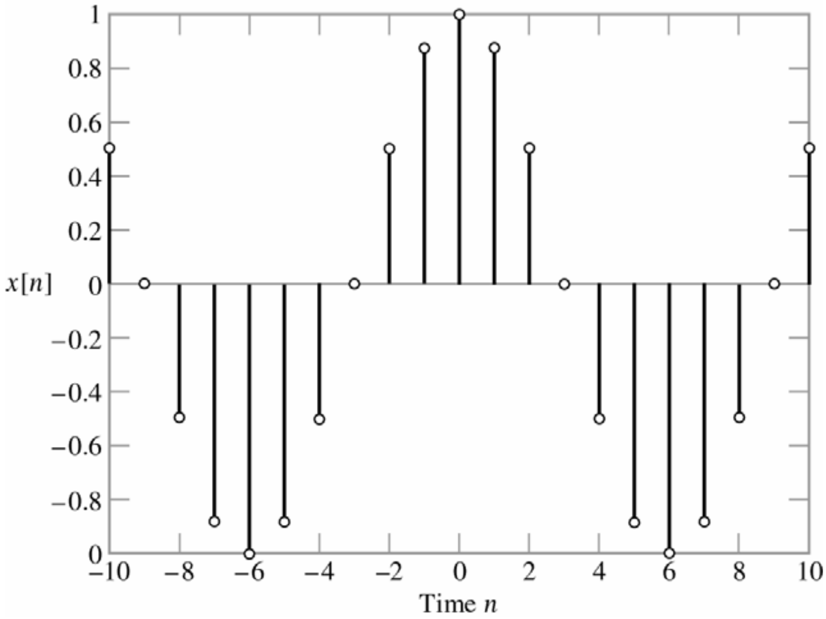
$$v(t) = V_0\cos(\omega_0 t), \quad t \ge 0$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Figure 1.33 (p. 38)
Discrete-time sinusoidal signal.

$$x[n] = A\cos(\Omega n + \phi)\,;\,\Omega = \frac{2\pi m}{N}$$

$$A = 1 \quad ; \quad \phi = 0 \quad ; \quad N = 12$$



$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$x(t+T) = A\cos(\omega(t+T)+\phi) = A\cos(\omega t + \omega T + \phi)$$

$$x(t+T) = A\cos(\omega t + 2\pi + \phi) = A\cos(\omega t + \phi) = x(t)$$

$$\Omega = \frac{2\pi m}{N}$$

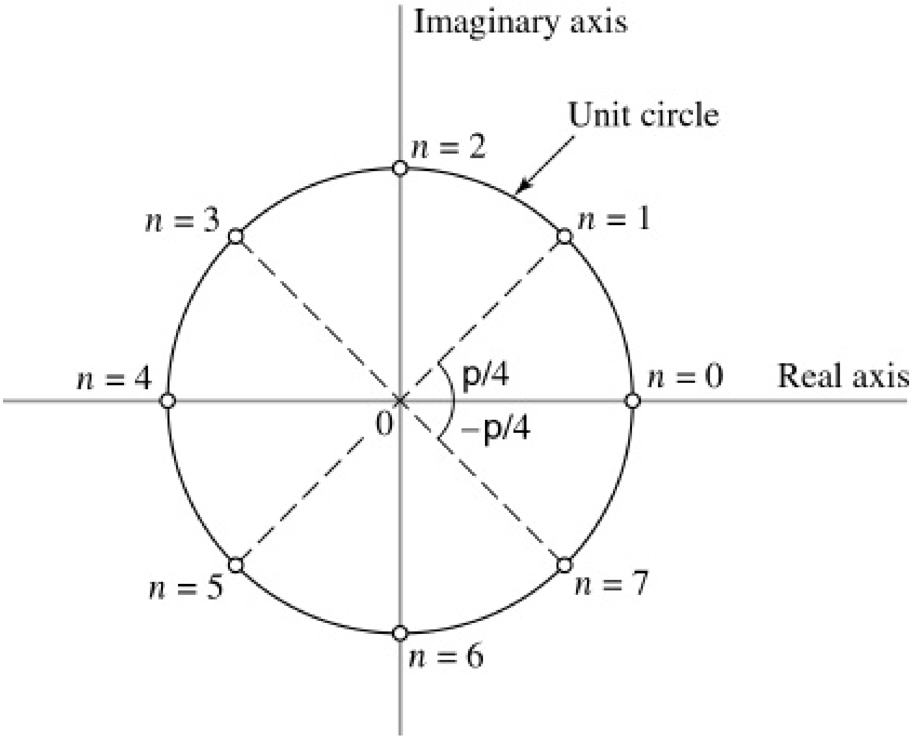
$$x[n+N] = A\cos(\Omega(n+N)+\phi) = A\cos(\Omega n + \Omega N + \phi)$$

$$x[n+N] = A\cos(\Omega n + 2\pi m + \phi) = A\cos(\Omega n + \phi) = x[n]$$

Figure 1.34 (p. 41)
Complex plane, showing eight points uniformly distributed on the unit circle.

$$e^{j\Omega n}$$

$$\Omega = \frac{\pi}{4};n = 0,1,...,7$$



Relación entre señales senoidales y exponenciales complejas

$$B = Ae^{j\phi} = A\cos\phi + jAsen\phi$$

$$x(t) = Be^{j\omega t} = Ae^{j\phi}e^{j\omega t} = Ae^{j(\omega t+\phi)} = A\cos(\omega t+\phi) + jAsen(\omega t+\phi)$$
$$A\cos(\omega t+\phi) = \mathrm{Re}\left\{Be^{j\omega t}\right\}$$
$$Asen(\omega t+\phi) = \mathrm{Im}\left\{Be^{j\omega t}\right\}$$

$$x[n] = Be^{j\Omega n} = Ae^{j\phi}e^{j\Omega n} = Ae^{j(\Omega n+\phi)} = A\cos(\Omega n+\phi) + jAsen(\Omega n+\phi)$$
$$A\cos(\Omega n+\phi) = \mathrm{Re}\left\{Be^{j\Omega n}\right\}$$
$$Asen(\Omega n+\phi) = \mathrm{Im}\left\{Be^{j\Omega n}\right\}$$

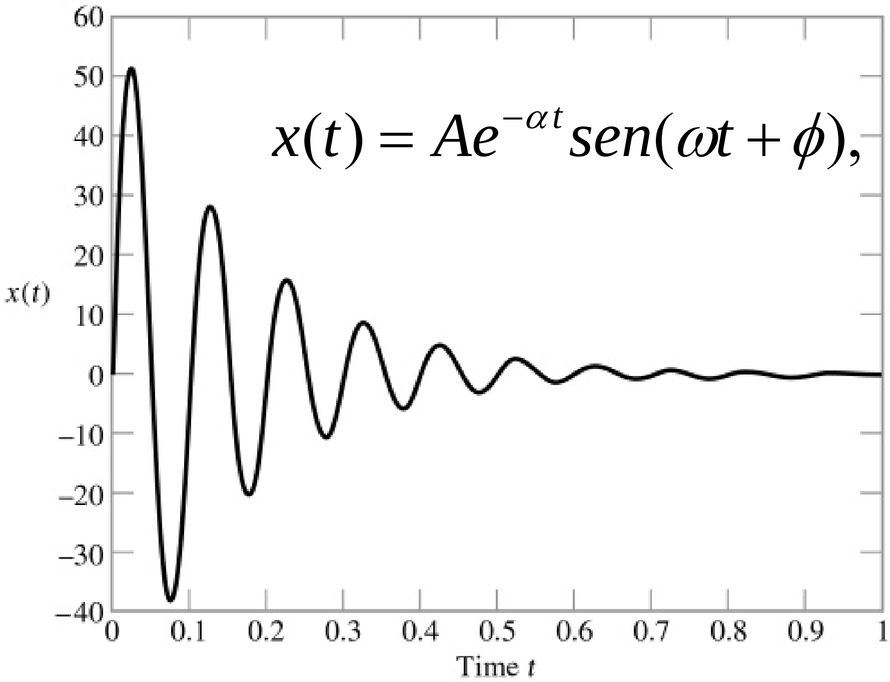
Señales senoidales amortiguadas exponenciales

$$x(t) = Ae^{-\alpha t} sen(\omega t + \phi) \quad ; \quad \alpha > 0$$

$$x[n] = Br^{nt} sen(\Omega n + \phi) \quad ; \quad 0 < |r| < 1$$

Figure 1.35 (p. 41)

Exponentially damped sinusoidal signal $Ae^{-at}\sin(\omega t)$, with A = 60 and α = 6.

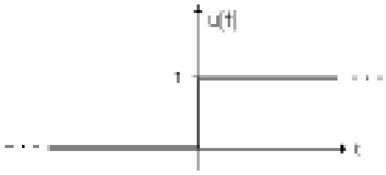


$$x(t) = Ae^{-\alpha t} sen(\omega t + \phi), \quad \alpha > 0$$

Señales básicas

- Escalón unitario continuo:

$$u(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$



- Escalón unitario discreto:

$$u[n] = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$$

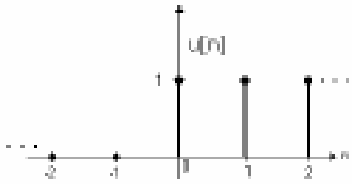


Figure 1.38 (p. 44)
Continuous-time version of the unit-step function of unit amplitude.

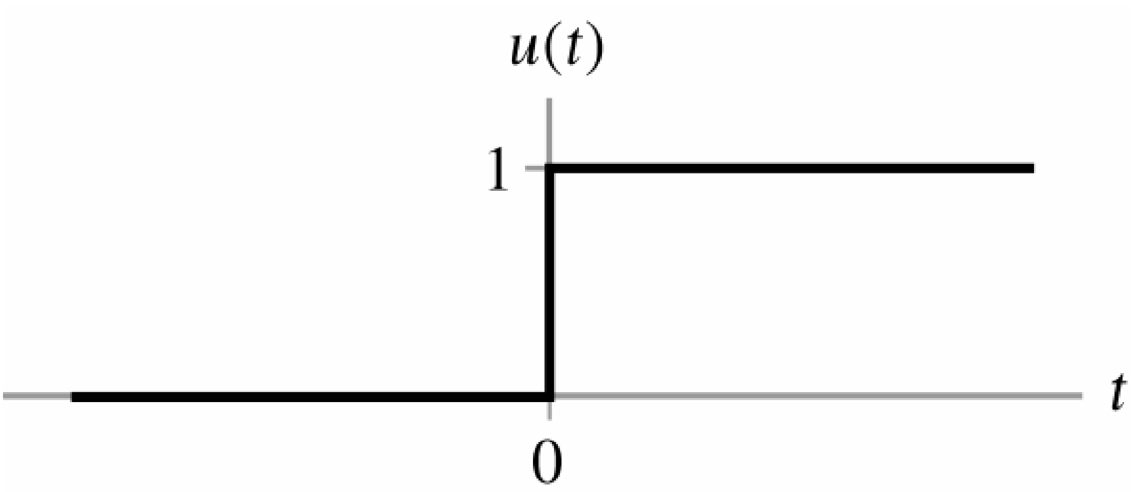


Figure 1.37 (p. 43)

Discrete-time version of step function of unit amplitude.

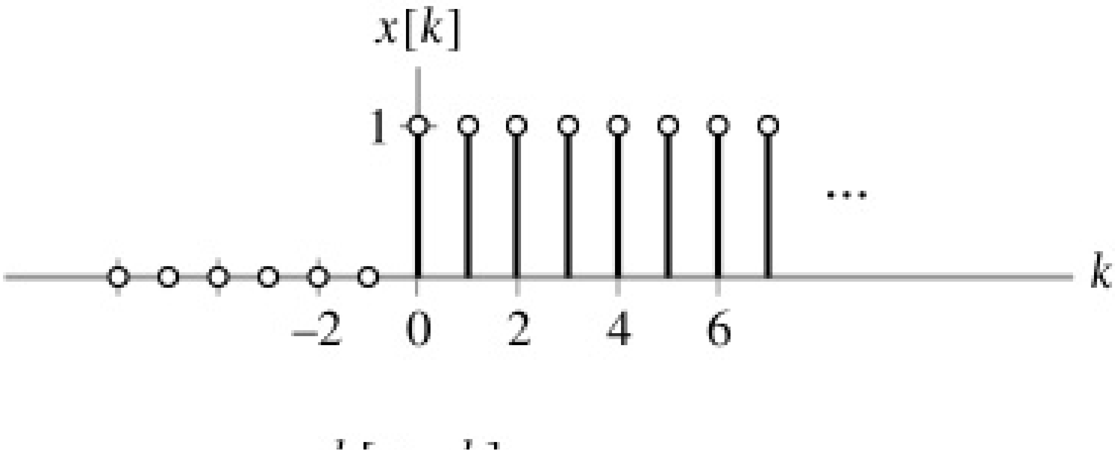
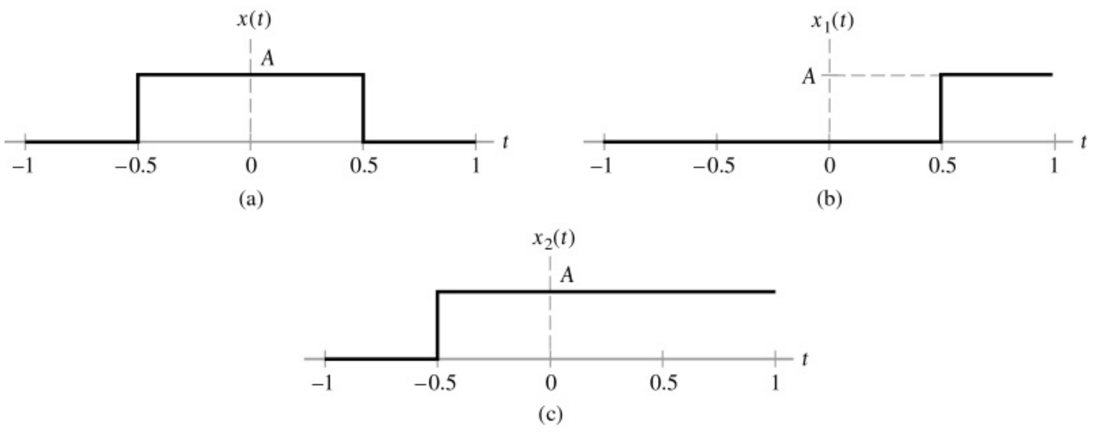


Figure 1.39 (p. 44)

(a) Rectangular pulse $x(t)$ of amplitude A and duration of 1 s, symmetric about the origin. (b) Representation of $x(t)$ as the difference of two step functions of amplitude A, with one step function shifted to the left by ½ and the other shifted to the right by ½; the two shifted signals are denoted by $x_1(t)$ and $x_2(t)$, respectively. Note that $x(t) = x_2(t) - x_1(t)$.



$$x(t) = \begin{cases} A, & 0 \le |t| \le T/2 \\ 0, & |t| > T/2 \end{cases} \quad ; \quad x(t) = A\,u\left(t + \frac{T}{2}\right) - A\,u\left(t - \frac{T}{2}\right) \quad ; \quad T = 1$$

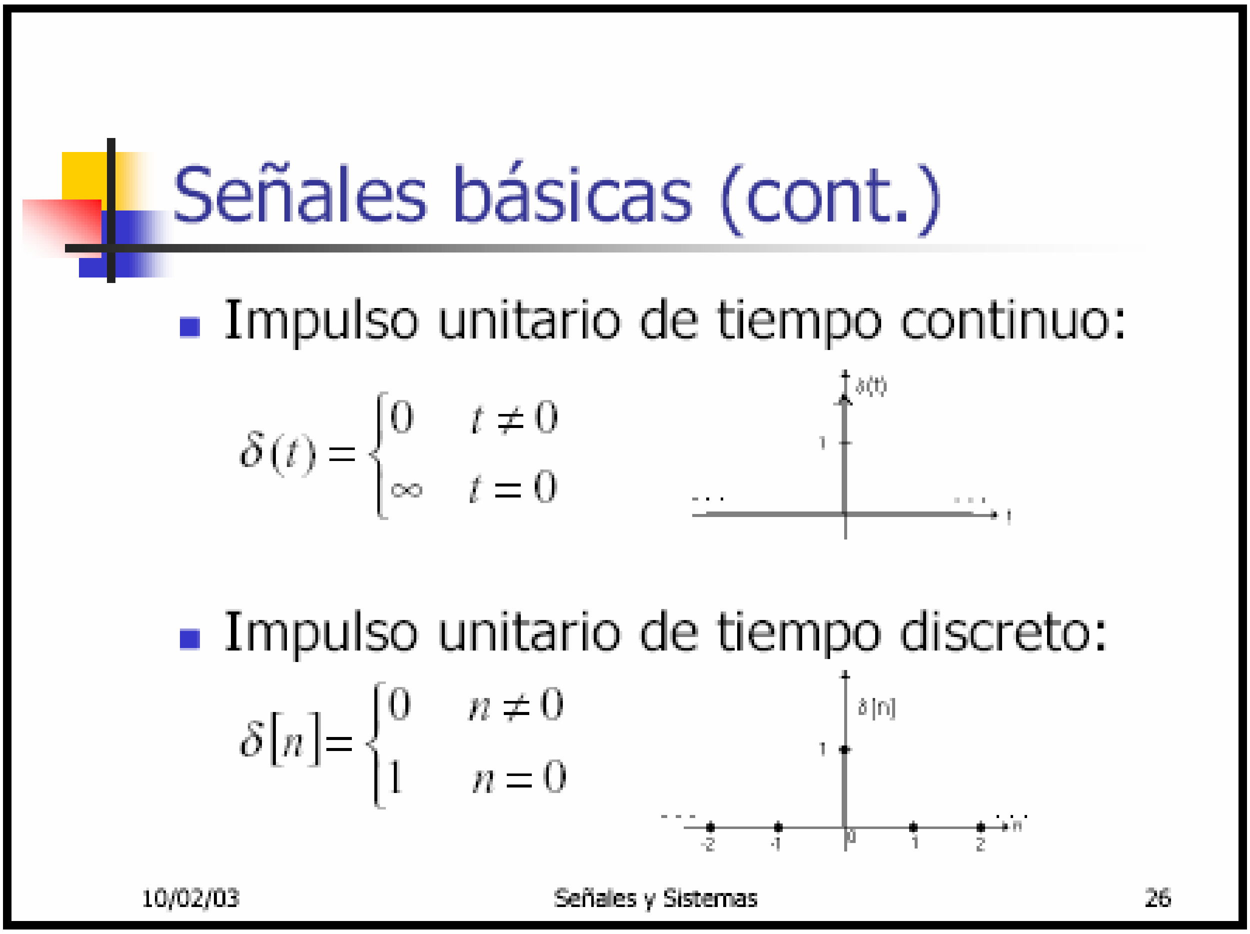
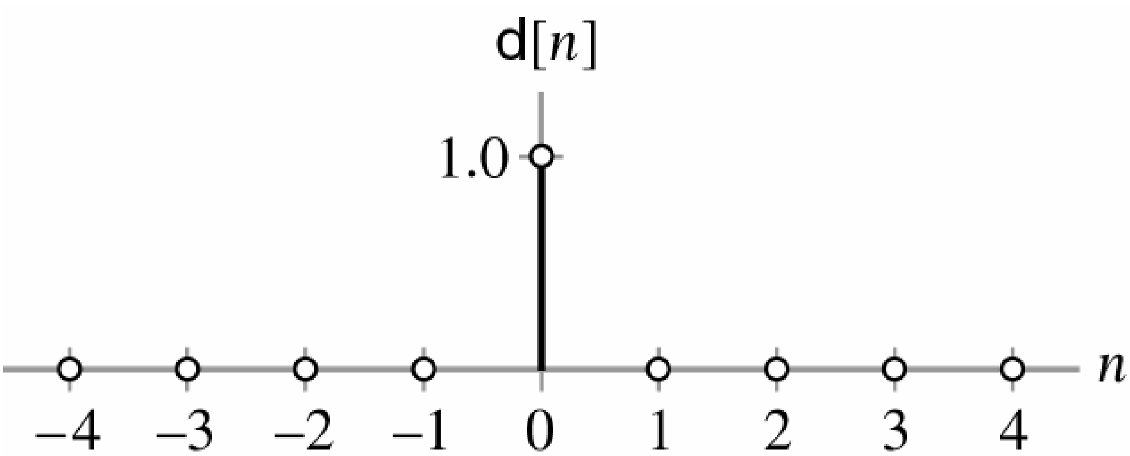


Figure 1.41 (p. 46)
Discrete-time form of impulse.



$$Definición : Función\ Delta\ de\ Dirac$$

$$1.- \quad \delta(t)=0 \quad \forall t \neq 0 \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)dt = 1$$

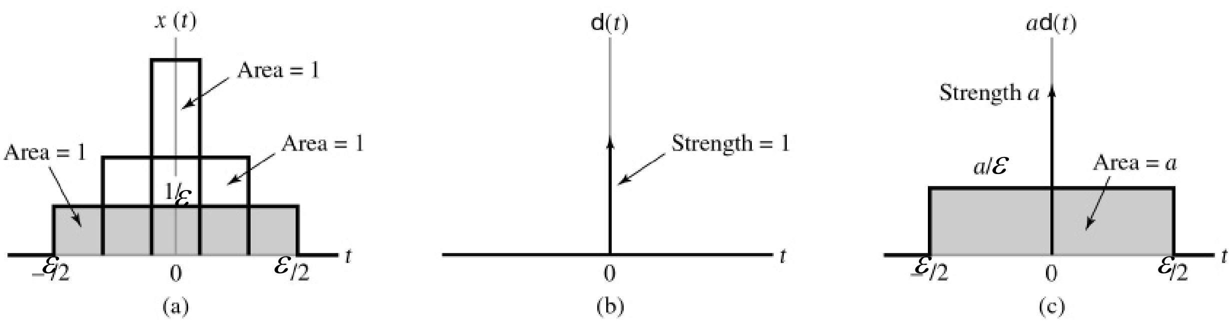
$$2.- \quad \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\delta(t-t_0)dt = x(t_0) \quad propiedad\ de\ selección$$

$$\text{Pr}opiedad\ de\ escalamiento \quad : \quad \delta(at) = \frac{1}{a}\delta(t)$$

$$\frac{d}{dt}u(t) = \delta(t)$$

$$\int_{-\infty}^{t} \delta(t)dt = u(t)$$

Figure 1.42 (p. 46)
(a) Evolution of a rectangular pulse of unit area into an impulse of unit strength (i.e., unit impulse). (b) Graphical symbol for unit impulse.
(c) Representation of an impulse of strength *a* that results from allowing the duration Δ of a rectangular pulse of area *a* to approach zero.



$$\delta(t) = \lim_{\varepsilon \to 0} g_\varepsilon(t)$$

Figure 1.43 (p. 47)

(a) Series circuit consisting of a capacitor, a dc voltage source, and a switch; the switch is closed at time t = 0. (b) Equivalent circuit, replacing the action of the switch with a step function $u(t)$.

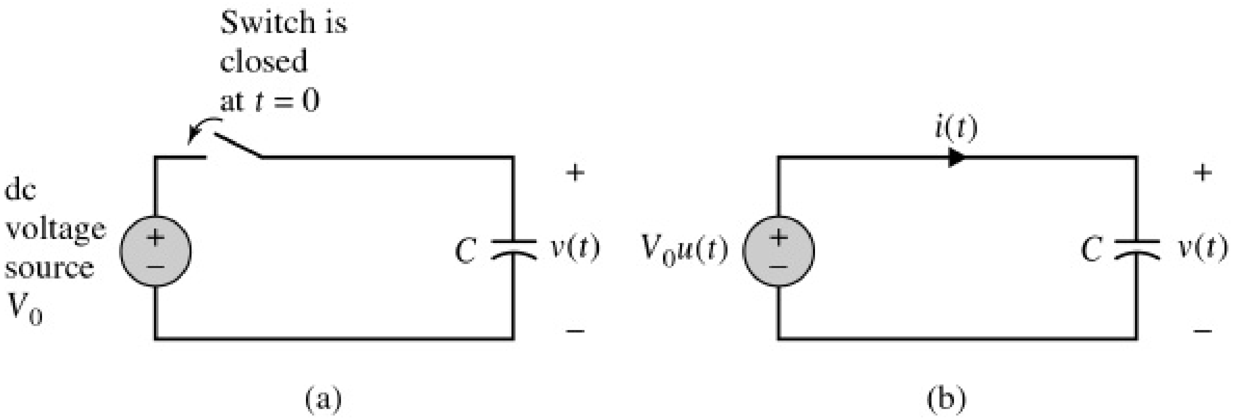
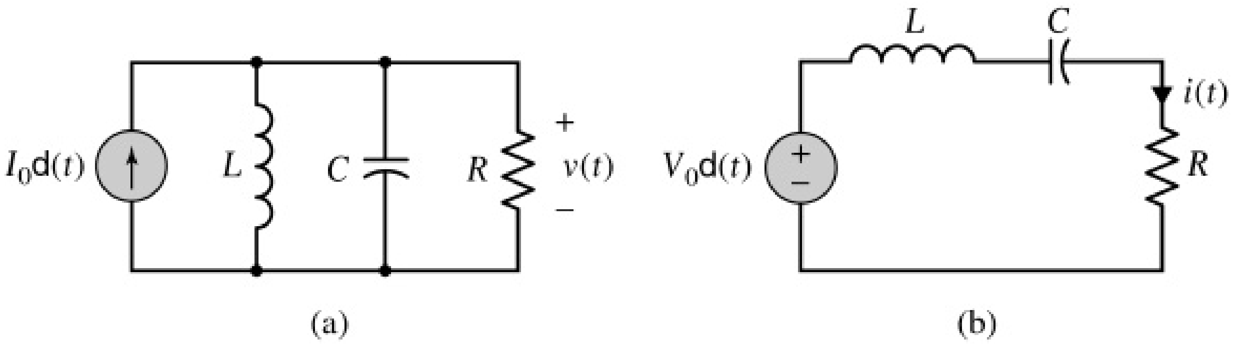


Figure 1.45 (p. 49)

(a) Parallel *LRC* circuit driven by an impulsive current signal. (b) Series *LRC* circuit driven by an impulsive voltage signal.

$$d(t) = \delta(t)$$



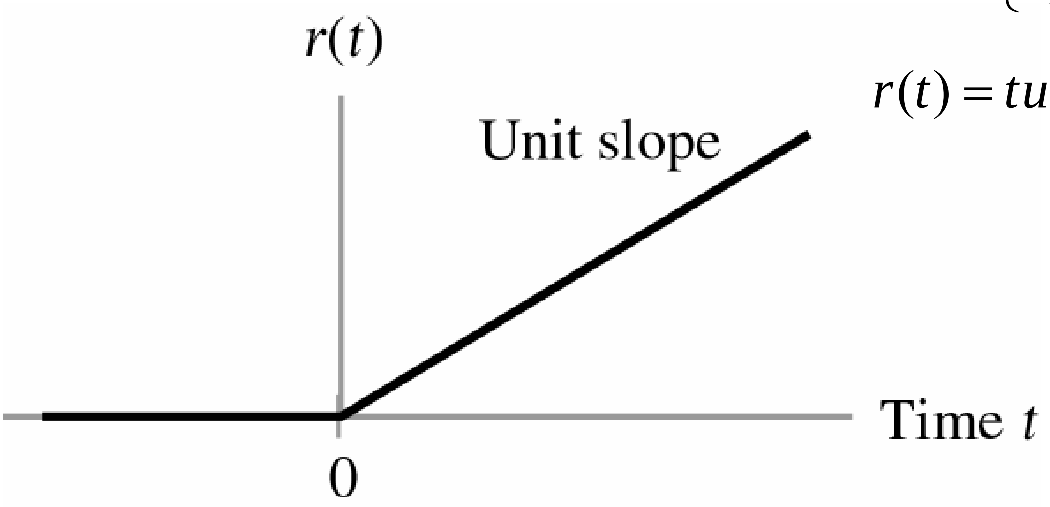
Sistemas y señales 2003-04Signals and Systems, 2/E by Simon Haykin and Barry Van Veen
Copyright © 2003 John Wiley & Sons. Inc. All rights reserved.

Figure 1.46 (p. 51)

Ramp function of unit slope.

$$r(t) = \begin{cases} t, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

$$r(t) = tu(t)$$



$$r(t) = \int_{-\infty}^{t} u(\tau)d\tau$$

$$\frac{dr(t)}{dt} = u(t)$$

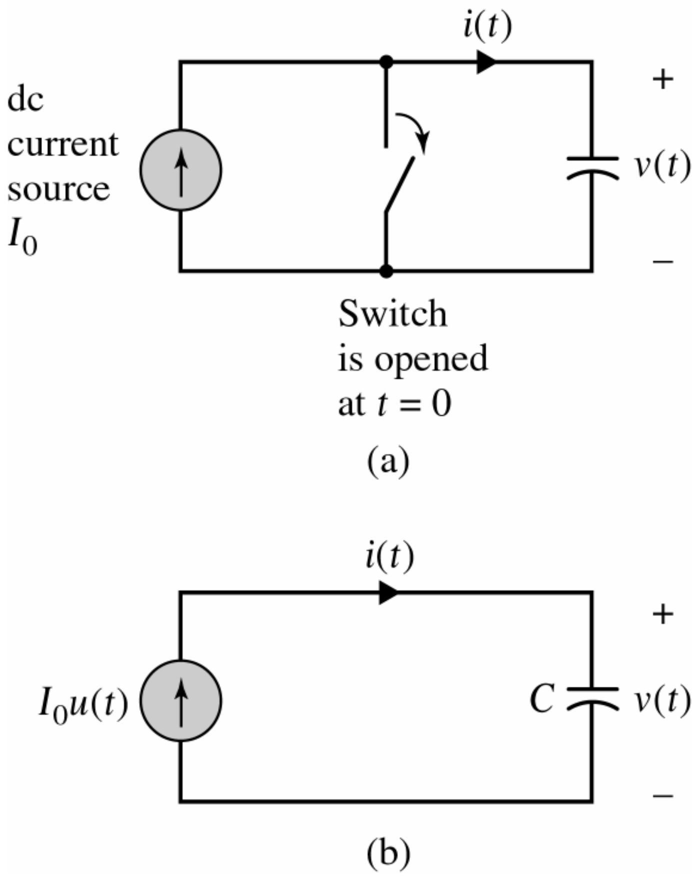
Figure 1.47 (p. 52)

Discrete-time version of the ramp function.

$$r[n] = \begin{cases} n, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases}$$

$$r[n] = nu[n]$$

Figure 1.48 (p. 52)
(a) Parallel circuit consisting of a current source, switch, and capacitor, the capacitor is initially assumed to be uncharged, and the switch is opened at time $t = 0$. (b) Equivalent circuit replacing the action of opening the switch with the step function $u(t)$.



Capitulo 1.- Introducción

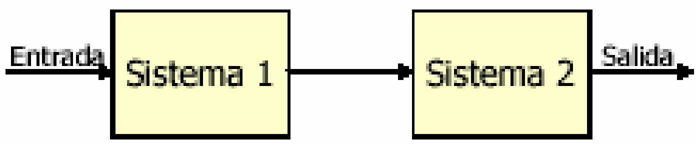
1.7 Sistemas vistos como interconexiones de operaciones

Figure 1.49 (p. 53)

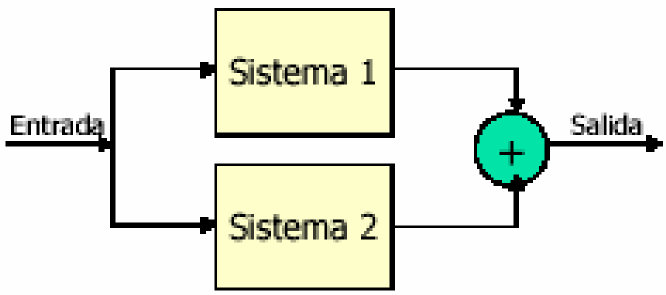
Block diagram representation of operator *H* for (a) continuous time and (b) discrete time.

Conexión entre sistemas

- Interconexión en serie



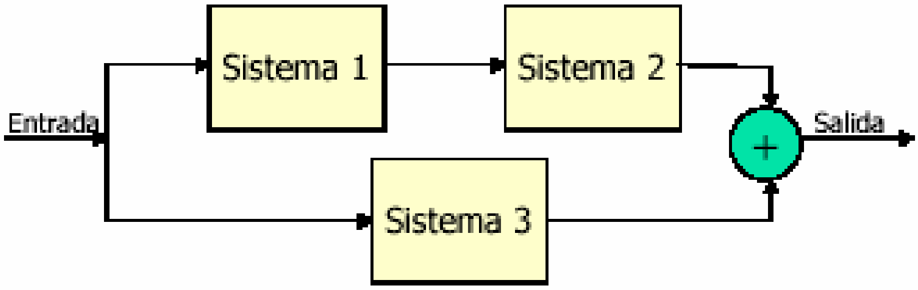
- Interconexión en paralelo



Copyright © 2003 John Wiley & Sons. Inc. All rights reserved.

Conexión entre sistemas (cont.)

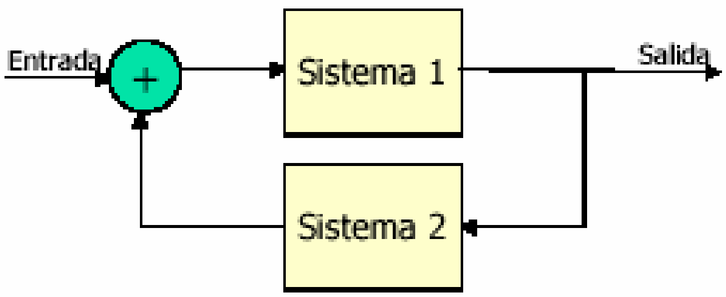
- Interconexión en serie-paralelo



- Ejemplo: Combinación de dos señales de audio, una con amp. y otra sin amp.

Conexión entre sistemas (cont.)

- Interconexión con retroalimentación



- Ejemplo: Control de velocidad de un vehículo

Figure 1.50 (p. 54)

Discrete-time-shift operator S^k, operating on the discrete-time signal $x[n]$ to produce $x[n - k]$.

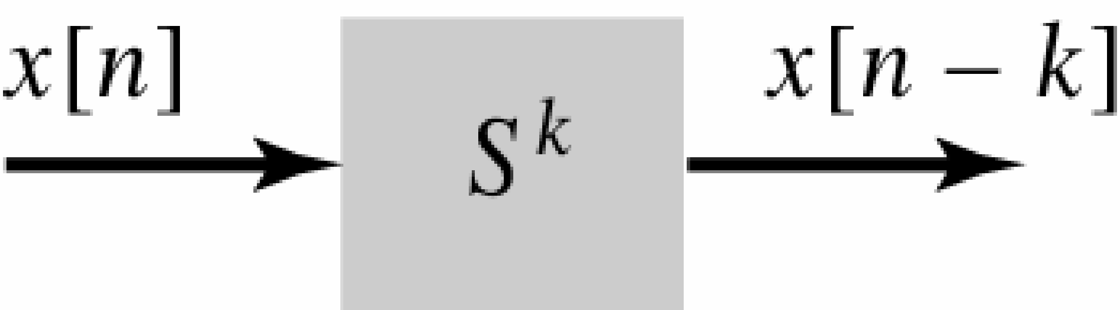
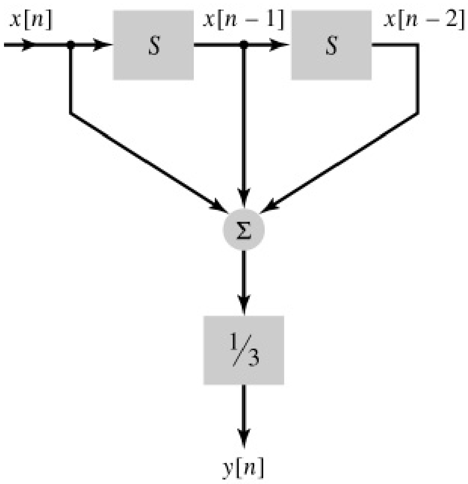
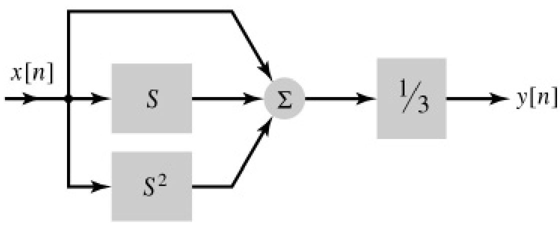


Figure 1.51 (p. 54)

Two different (but equivalent) implementations of the moving-average system: (a) cascade form of implementation and (b) parallel form of implementation.



(a)



(b)

$$y(n) = \frac{1}{3}\left(x[n] + x[n-1] + x[n-2]\right)$$

Capitulo 1.- Introducción

1.8 Propiedades de sistemas

- Estabilidad
- Memoria
- Causalidad
- Invertibilidad
- Invarianza en el tiempo
- Linealidad

Propiedades de los sistemas

- Estabilidad
  - Es estable si a una entrada acotada, genera una salida acotada *BIBO*
  - En otras palabras, su salida no diverge si su entrada no diverge.

$$|y(t)| \leq M_y < \infty \quad para \;\; todo \;\; t$$

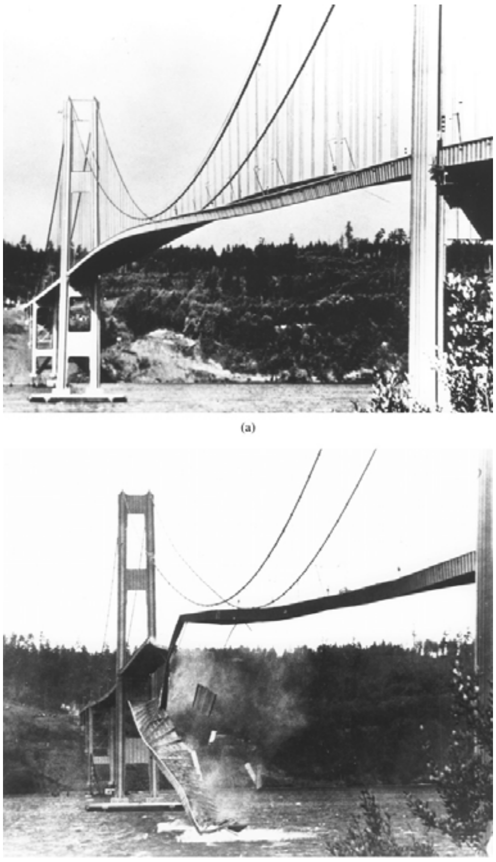
$$|x(t)| \leq M_x < \infty \quad para \;\; todo \;\; t$$

$$M_x, M_y, \quad números \;\; positivos \;\; finitos$$

Figure 1.52a (p. 56)

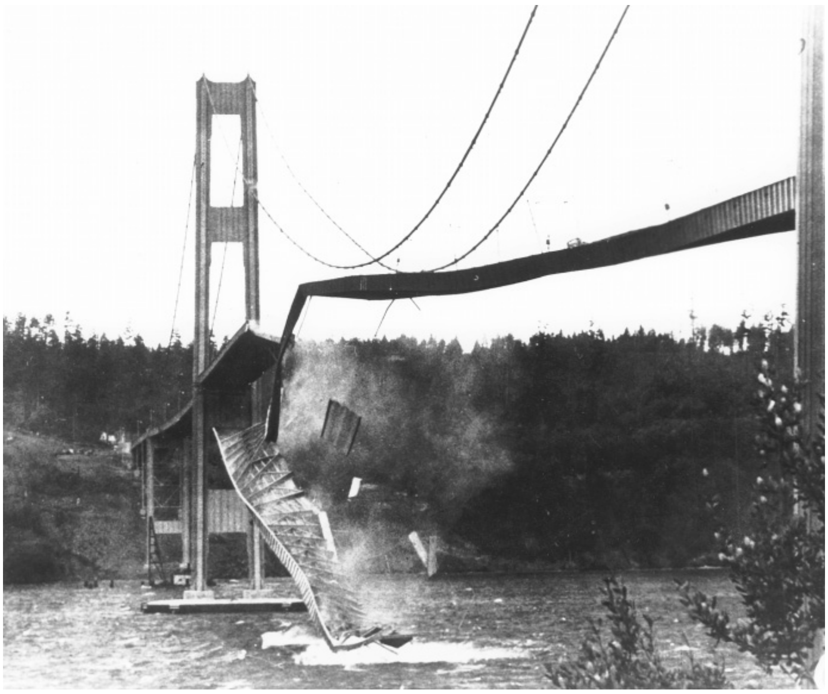
Dramatic photographs showing the collapse of the Tacoma Narrows suspension bridge on November 7, 1940. (a) Photograph showing the twisting motion of the bridge's center span just before failure. (b) A few minutes after the first piece of concrete fell, this second photograph shows a 600-ft section of the bridge breaking out of the suspension span and turning upside down as it crashed in Puget Sound, Washington. Note the car in the top right-hand corner of the photograph.

(Courtesy of the Smithsonian Institution.)



(a) (b)

Figure 1.52b



Propiedades de los sistemas (cont.)

- Memoria
  - *Con memoria* si la salida depende de entradas pasadas (y futuras).
    - Capacitor, bobina
    - Acumulador, etc.
  - *Sin memoria* si solo depende de la entrada presente.
    - Resistor, Elevador al cuadrado

1.-La relación de entrada-salida de un capacitor se describe mediante

$$v(t) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(\tau)d\tau$$

¿Cuál es su memoria?
Respuesta : La memoria se extiende desde el tiempo t hasta el pasado infinito

2.- La relación de entrada-salida de un inductor se describe mediante

$$i(t) = \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} v(\tau)d\tau$$

¿Cuál es su memoria?

3.- La relación de entrada-salida de un resistor se describe mediante

$$i(t) = \frac{1}{R}v(t)$$

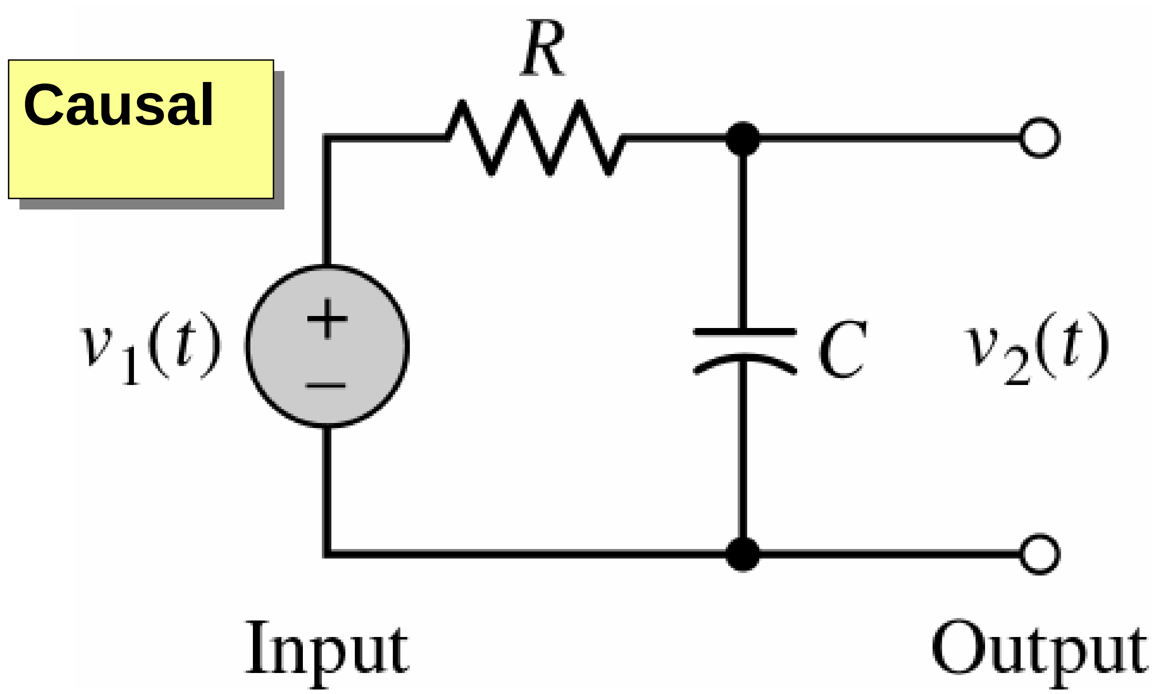
¿Cuál es su memoria?

Propiedades de los sistemas (cont.)

- Causalidad
  - *Causal* si la salida presente depende de los valores presente y/o pasado de la señal de entrada.
    $$y[n]=\frac{1}{3}\left(x[n]+x[n-1]+x[n-2]\right)$$
  - *No causal* si la salida presente depende de los valores futuros de la señal de entrada.
    $$y[n]=\frac{1}{3}\left(x[n+1]+x[n]+x[n-1]\right)$$

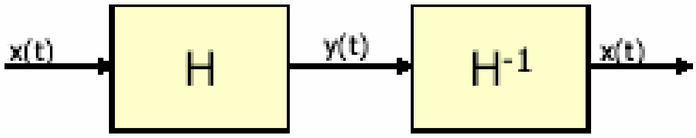
Figure 1.53 (p. 59)

Series *RC* circuit driven from an ideal voltage source $v_1(t)$, producing output voltage $v_2(t)$.



Propiedades de los sistemas (cont.)

- Invertibilidad
  - *Invertible* si la entrada del sistema puede recuperarse de la salida del sistema.

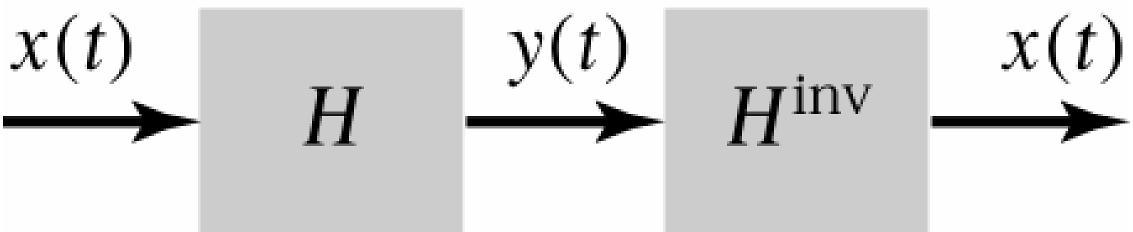


$$H^{-1}\{y(t)\} = H^{-1}\{H\{x(t)\}\} = H^{-1}H\{x(t)\}$$

$$H^{-1}H = I$$

  - I es el operador identidad
  - H^{-1} es el inverso del operador H

Figure 1.54 (p. 59)
The notion of system invertibility. The second operator H^{inv} is the inverse of the first operator H. Hence, the input $x(t)$ is passed through the cascade correction of H and H^{-1} completely unchanged.



Propiedades de los sistemas (cont.)

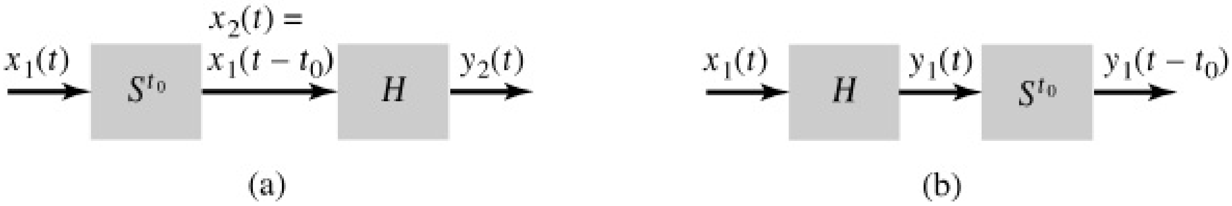
- Invariancia en el tiempo
  - Las características de entrada y salida del sistema no cambian con el tiempo
  - Al aplicar una entrada desplazada en el tiempo (retraso o adelanto) al sistema, se produce una salida con el mismo desplazamiento
  - Cuando no se cumple el comportamiento anterior, el sistema es variante en el tiempo

Test para invariancia en el tiempo

- Aplicar al sistema una entrada retardada $x(t-t_0)$ para obtener $y_i(t)$
- Retardar la salida original $y(t)$ una cantidad igual a t_0 para obtener $y_o(t)$
- Comparar ambas ecuaciones:
  - Si son iguales ($y_i(t) == y_o(t)$), Invariante en el tiempo.
  - Si no, Variante en el tiempo.

Figure 1.55 (p. 61)

The notion of time invariance. (a) Time-shift operator S^{t_0} preceding operator H. (b) Time-shift operator S^{t_0} following operator H. These two situations are equivalent, provided that H is time invariant.



$$y_2(t) = y_1(t - t_0) \quad \Rightarrow \quad HS^{t_0}\{x_1(t)\} = S^{t_0}H\{x_1(t)\} \quad \Rightarrow$$

$$HS^{t_0} = S^{t_0}H \quad \Rightarrow \quad H : Invertible$$

Sistemas y señales 2003-04Signals and Systems, 2/E by Simon Haykin and Barry Van Veen

Propiedades de los sistemas (cont.)

- Linealidad
  - Un sistema es lineal si satisface el principio de superposición
  - Si una entrada consiste en la suma ponderada de varias señales, entonces la salida es simplemente la superposición (es decir, la suma ponderada de las respuestas del sistema a cada una de estas señales.

Copyright © 2003 John Wiley & Sons. Inc. All rights reserved.

Figure 1.1 (p. 2)

Representación en diagrama de bloques de un sistema

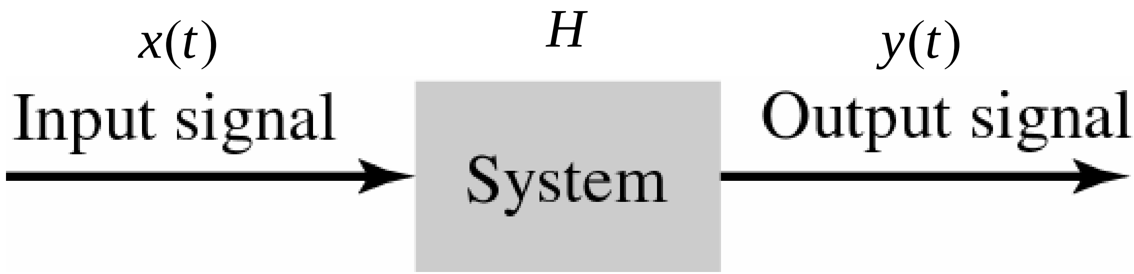
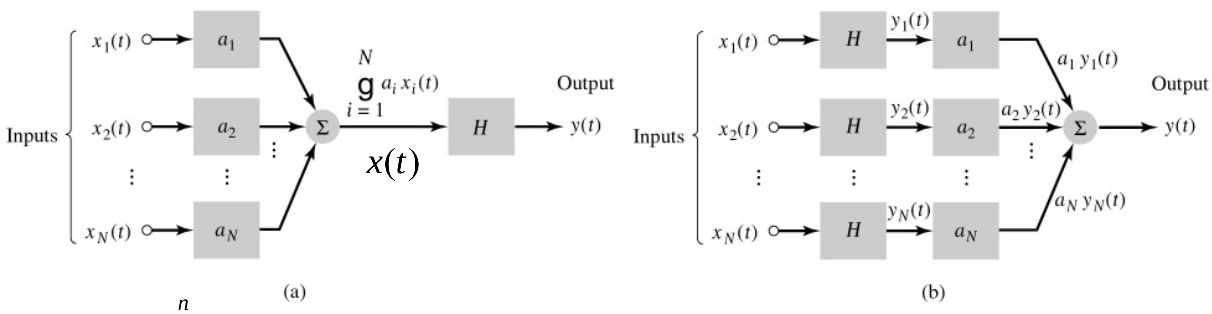


Figure 1.56 (p. 64)

The linearity property of a system. (a) The combined operation of amplitude scaling and summation precedes the operator *H* for multiple inputs. (b) The operator *H* precedes amplitude scaling for each input; the resulting outputs are summed to produce the overall output *y*(*t*). If these two configurations produce the same output *y*(*t*), the operator *H* is linear.



$$x(t) = \sum_{i=1}^{n} a_i x_i(t)$$

$$y_i(t) = H\{x_i(t)\}$$

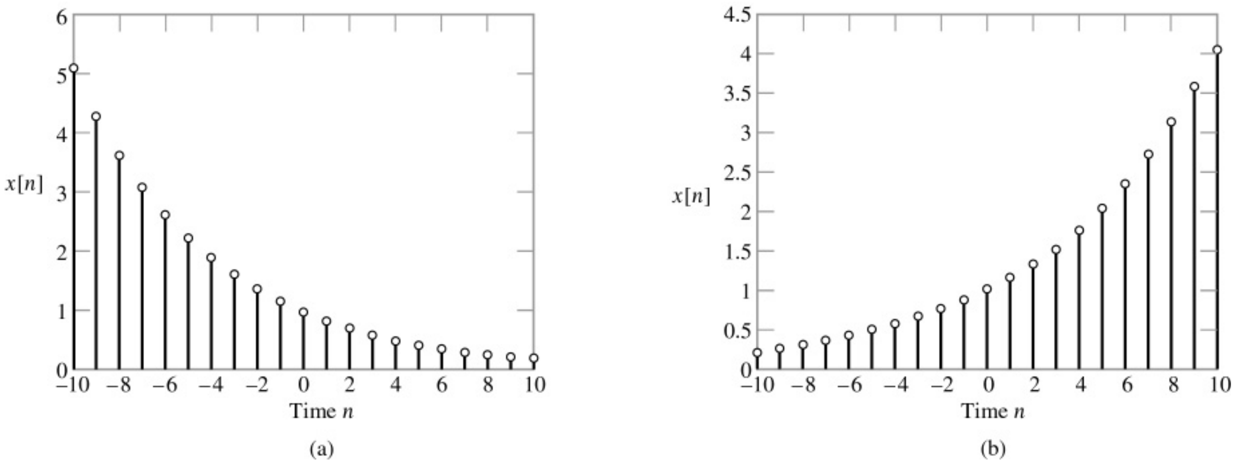
$$y(t) = H\{x(t)\} = \mathrm{H}\left\{\sum_{i=1}^{n} a_i x_i(t)\right\}$$

$$y(t) = \sum_{i=1}^{n} a_i y_i(t) = \sum_{i=1}^{n} a_i H\{x_i(t)\}$$

$$\mathrm{H}\left\{\sum_{i=1}^{n} a_i x_i(t)\right\} = \sum_{i=1}^{n} a_i H\{x_i(t)\}$$

Figure 1.30 (p. 35)

(a) Decaying exponential form of discrete-time signal. (b) Growing exponential form of discrete-time signal.



$$0 < r < 1 \qquad\qquad r > 1$$

Señales básicas (cont.)

- Señal exponencial compleja de tiempo continuo:

$$x(t) = e^{j\omega_0 t}, B = 1, a = j\omega_0$$

- Señal exponencial compleja de tiempo discreto:

$$x[n] = e^{j\Omega n}, B = 1, r = e^{j\Omega}$$

Señales básicas (cont.)

- Señal senoidal continua:

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi), \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \quad ; T = \frac{2\pi}{\omega}$$

- Señal senoidal discreta:

$$x[n] = A\cos(\Omega n + \phi),$$

$$\Omega = \frac{2\pi m}{N}, \quad m, N \ \ enteros$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$x(t+T) = A\cos(\omega(t+T)+\phi) = A\cos(\omega t + \omega T + \phi)$$

$$x(t+T) = A\cos(\omega t + 2\pi + \phi) = A\cos(\omega t + \phi) = x(t)$$

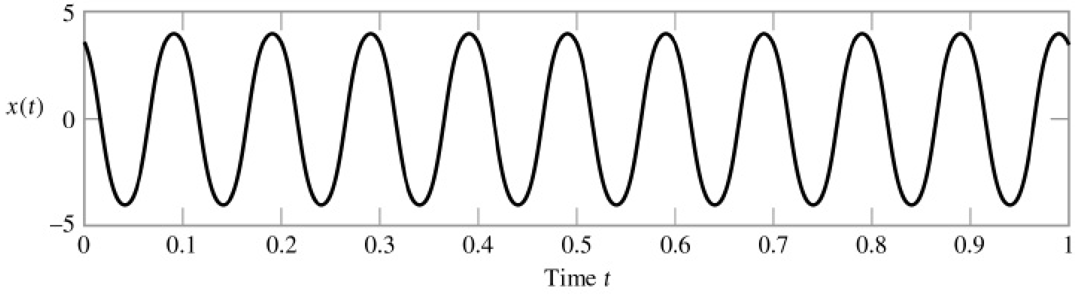
$$\Omega = \frac{2\pi m}{N}$$

$$x[n+N] = A\cos(\Omega(n+N)+\phi) = A\cos(\Omega n + \Omega N + \phi)$$

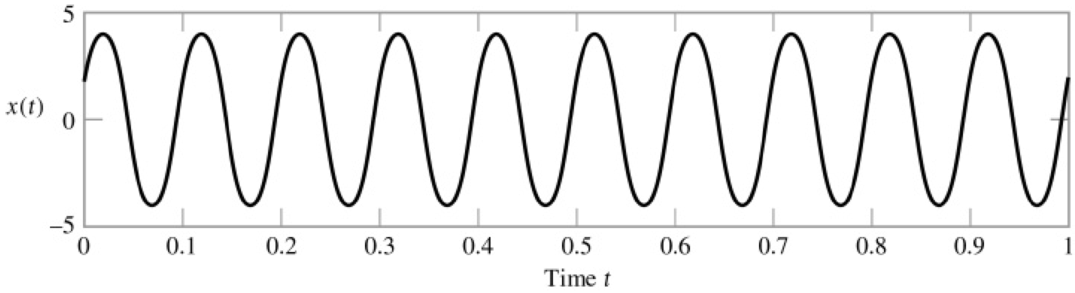
$$x[n+N] = A\cos(\Omega n + 2\pi m + \phi) = A\cos(\Omega n + \phi) = x[n]$$

Figure 1.31 (p. 36)

(a) Sinusoidal signal $A\cos(\omega t + \Phi)$ with phase $\Phi = +\pi/6$ radians.
(b) Sinusoidal signal $A\sin(\omega t + \Phi)$ with phase $\Phi = +\pi/6$ radians.



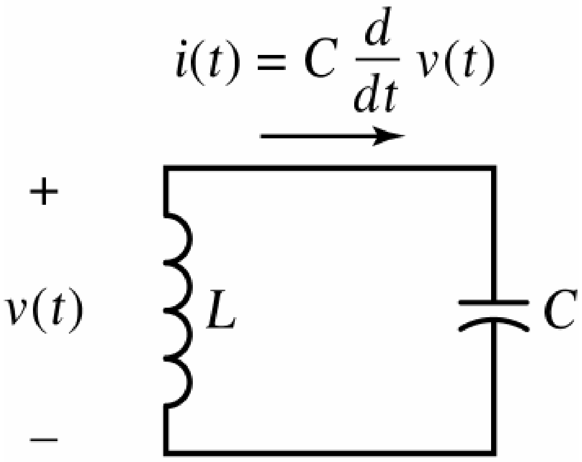
(a)



(b)

Figure 1.32 (p. 37)

Parallel *LC* circuit, assuming that the inductor *L* and capacitor *C* are both ideal.



$$LC\frac{d^2}{dt^2}v(t) + v(t) = 0$$

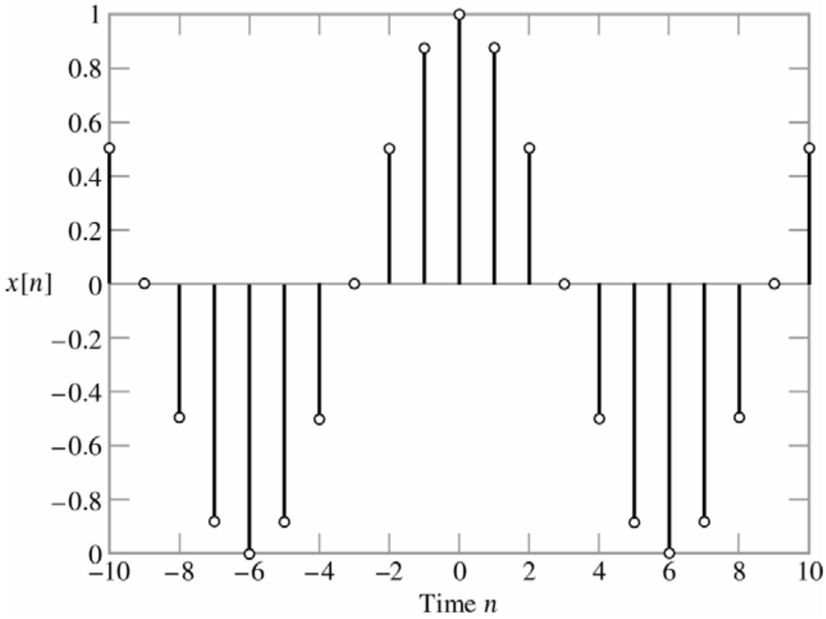
$$v(t) = V_0\cos(\omega_0 t), \quad t \geq 0$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Figure 1.33 (p. 38)
Discrete-time sinusoidal signal.

$$x[n] = A\cos(\Omega n + \phi)\,;\, \Omega = \frac{2\pi m}{N}$$

$$A = 1 \quad ; \quad \phi = 0 \quad ; \quad N = 12$$



Relación entre señales senoidales y exponenciales complejas

$$B = Ae^{j\phi} = A\cos\phi + jAsen\phi$$

$$x(t) = Be^{j\omega t} = Ae^{j\phi}e^{j\omega t} = Ae^{j(\omega t+\phi)} = A\cos(\omega t + \phi) + jAsen(\omega t + \phi)$$

$$A\cos(\omega t + \phi) = \mathrm{Re}\left\{Be^{j\omega t}\right\}$$

$$Asen(\omega t + \phi) = \mathrm{Im}\left\{Be^{j\omega t}\right\}$$

$$x[n] = Be^{j\Omega n} = Ae^{j\phi}e^{j\Omega n} = Ae^{j(\Omega n+\phi)} = A\cos(\Omega n + \phi) + jAsen(\Omega n + \phi)$$

$$A\cos(\Omega n + \phi) = \mathrm{Re}\left\{Be^{j\Omega n}\right\}$$

$$Asen(\Omega n + \phi) = \mathrm{Im}\left\{Be^{j\Omega n}\right\}$$

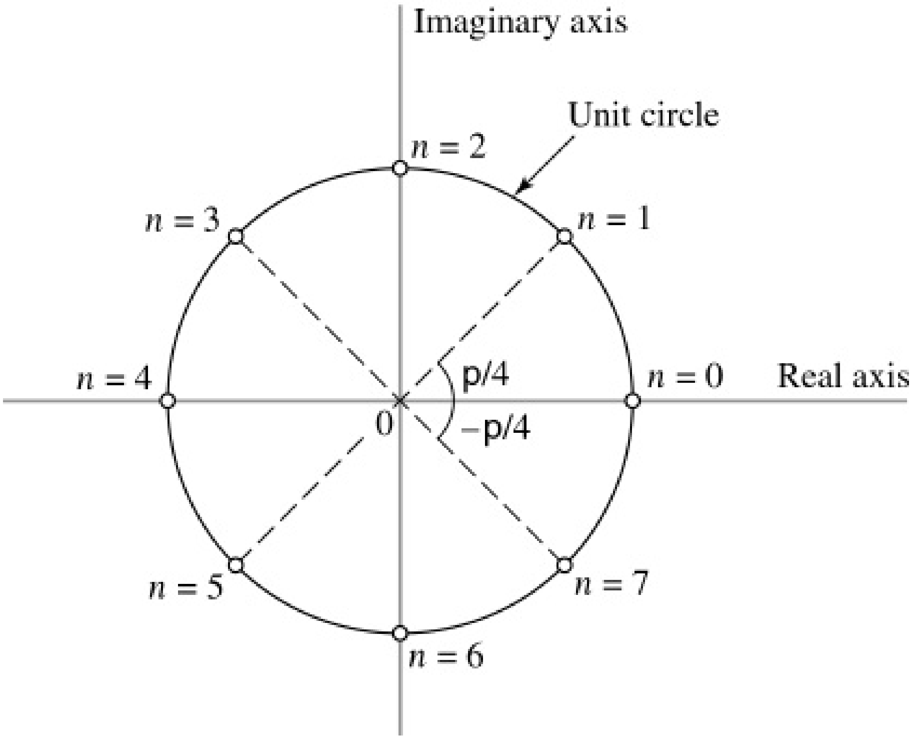
Figure 1.34 (p. 41)

Complex plane, showing eight points uniformly distributed on the unit circle.

$$e^{j\Omega n}$$

$$\Omega = \frac{2\pi}{8}n = \frac{\pi}{4}n$$

$$n = 0,1,\ldots,7$$



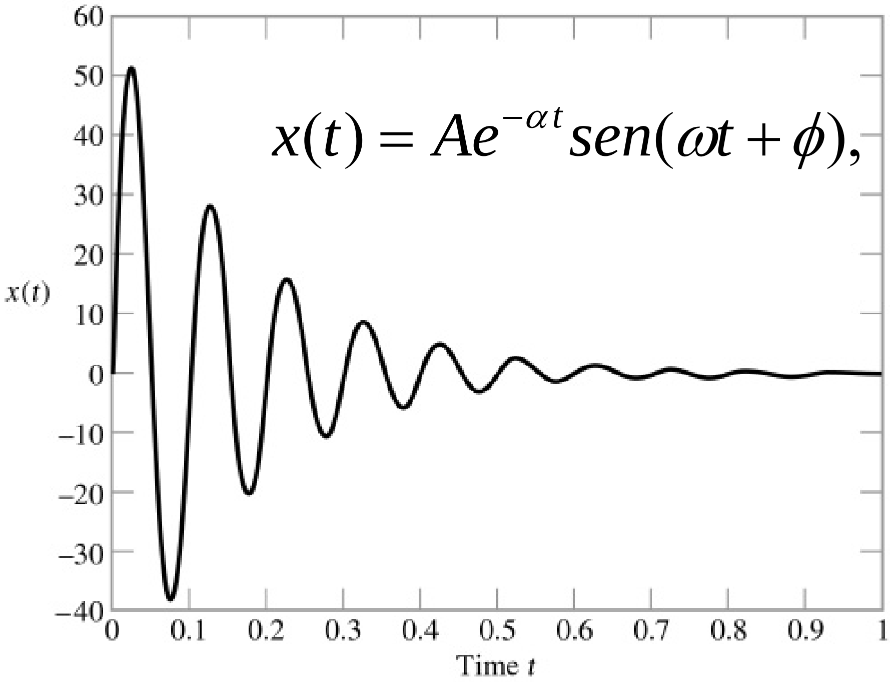
Señales senoidales amortiguadas exponenciales

$$x(t) = Ae^{-\alpha t} sen(\omega t + \phi) \quad ; \quad \alpha > 0$$

$$x[n] = Br^{nt} sen(\Omega n + \phi) \quad ; \quad 0 < |r| < 1$$

Figure 1.35 (p. 41)

Exponentially damped sinusoidal signal $Ae^{-at}\sin(\omega t)$, with $A = 60$ and $\alpha = 6$.



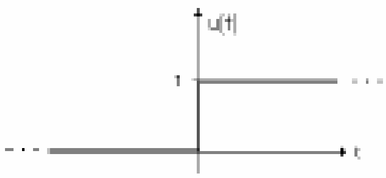
$$x(t) = Ae^{-\alpha t} sen(\omega t + \phi), \quad \alpha > 0$$

Sistemas y señales 2003-04Signals and Systems, 2/E by Simon Haykin and Barry Van Veen

Señales básicas

- Escalón unitario continuo:

$$u(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$



- Escalón unitario discreto:

$$u[n] = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$$

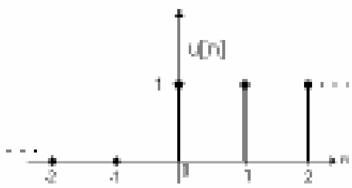
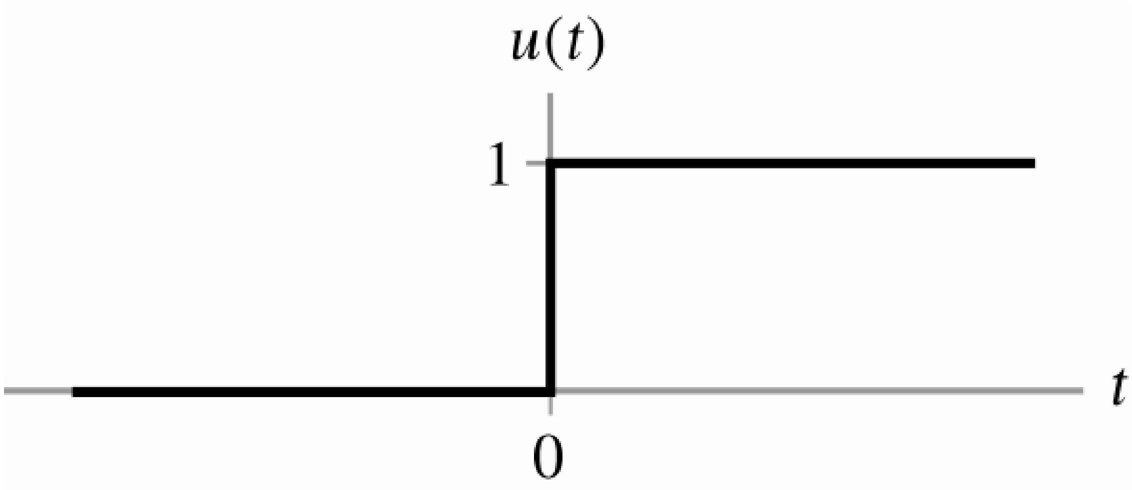


Figure 1.38 (p. 44)

Continuous-time version of the unit-step function of unit amplitude.



Sistemas y señales 2003-04Signals and Systems, 2/E by Simon Haykin and Barry Van Veen

Figure 1.37 (p. 43)

Discrete-time version of step function of unit amplitude.

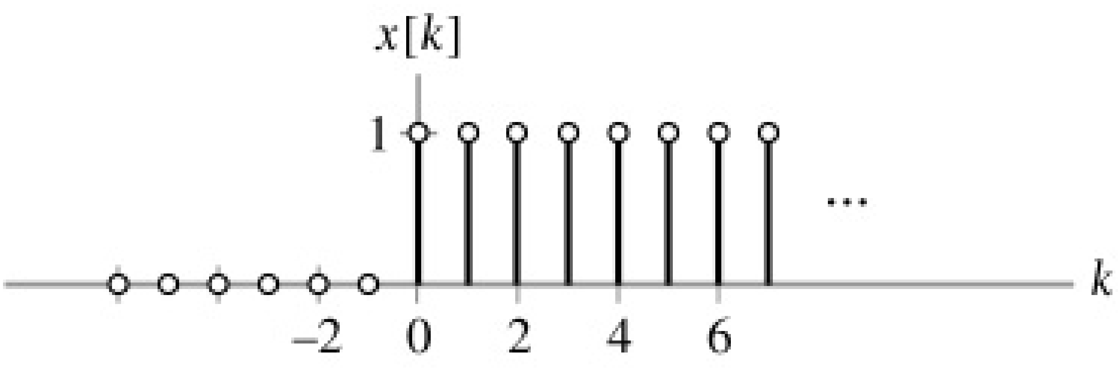
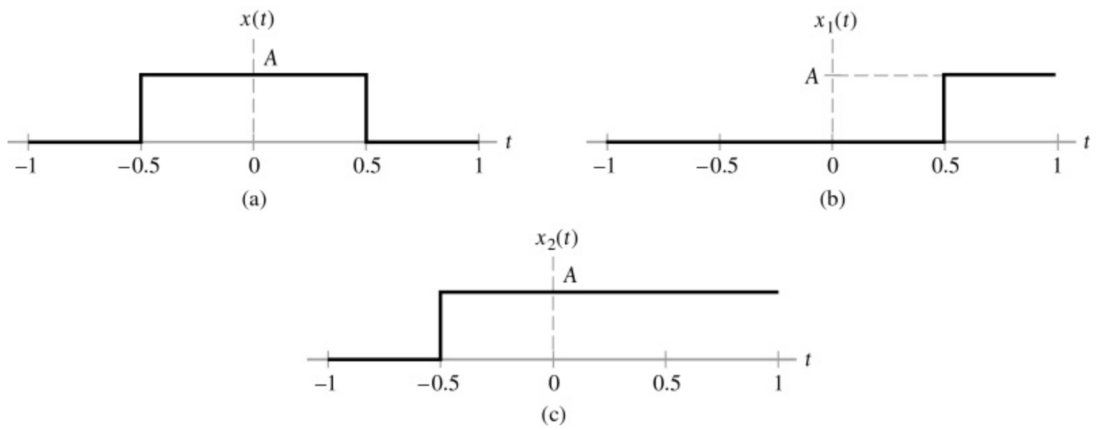


Figure 1.39 (p. 44)

(a) Rectangular pulse $x(t)$ of amplitude A and duration of 1 s, symmetric about the origin. (b) Representation of $x(t)$ as the difference of two step functions of amplitude A, with one step function shifted to the left by ½ and the other shifted to the right by ½; the two shifted signals are denoted by $x_1(t)$ and $x_2(t)$, respectively. Note that $x(t) = x_2(t) - x_1(t)$.



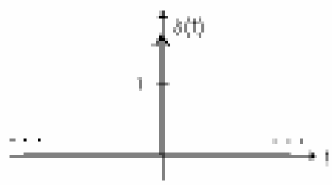
$$x(t) = \begin{cases} A, & 0 \le |t| \le T/2 \\ 0, & |t| > T/2 \end{cases} \quad ; \quad x(t) = A\,u\left(t + \frac{T}{2}\right) - A\,u\left(t - \frac{T}{2}\right) \quad ; \quad T = 1$$

Sistemas y señales 2003-04Signals and Systems, 2/E by Simon Haykin and Barry Van Veen

Señales básicas (cont.)

- Impulso unitario de tiempo continuo:

$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & t \neq 0 \\ \infty & t = 0 \end{cases}$$



- Impulso unitario de tiempo discreto:

$$\delta[n] = \begin{cases} 0 & n \neq 0 \\ 1 & n = 0 \end{cases}$$

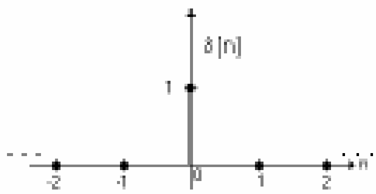
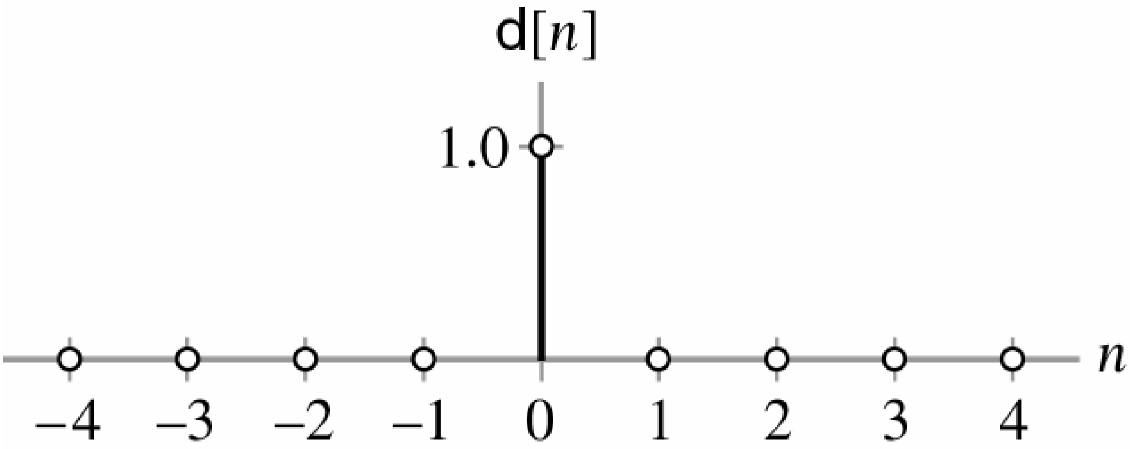


Figure 1.41 (p. 46)

Discrete-time form of impulse.



Definición : Función Delta de Dirac

$$1.- \quad \delta(t) = 0 \quad \forall t \neq 0 \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)dt = 1$$

$$2.- \quad \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\delta(t - t_0)dt = x(t_0) \quad \textit{propiedad de selección}$$

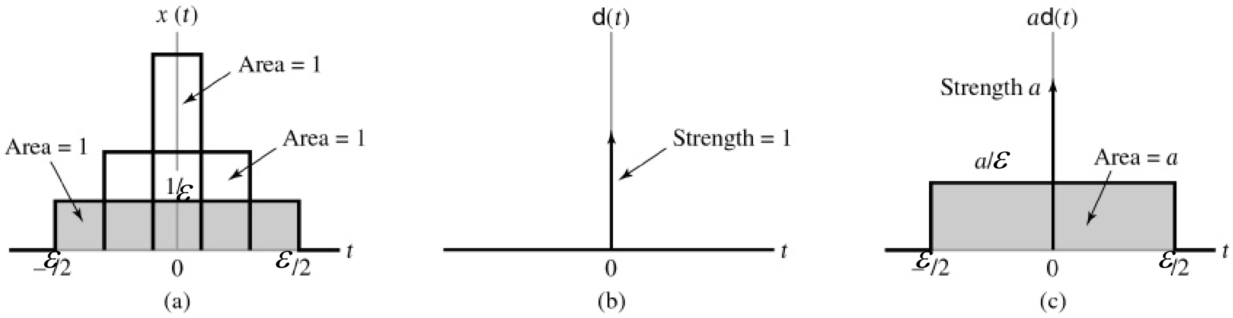
$$\text{Pr}\,\textit{opiedad de escalamiento} \quad : \quad \delta(at) = \frac{1}{a}\delta(t)$$

$$\frac{d}{dt}u(t) = \delta(t)$$

$$\int_{-\infty}^{t} \delta(t)dt = u(t)$$

Figure 1.42 (p. 46)

(a) Evolution of a rectangular pulse of unit area into an impulse of unit strength (i.e., unit impulse). (b) Graphical symbol for unit impulse. (c) Representation of an impulse of strength *a* that results from allowing the duration Δ of a rectangular pulse of area *a* to approach zero.



$$\delta(t) = \lim_{\varepsilon \to 0} g_{\varepsilon}(t)$$

Figure 1.43 (p. 47)

(a) Series circuit consisting of a capacitor, a dc voltage source, and a switch; the switch is closed at time *t* = 0. (b) Equivalent circuit, replacing the action of the switch with a step function *u*(*t*).

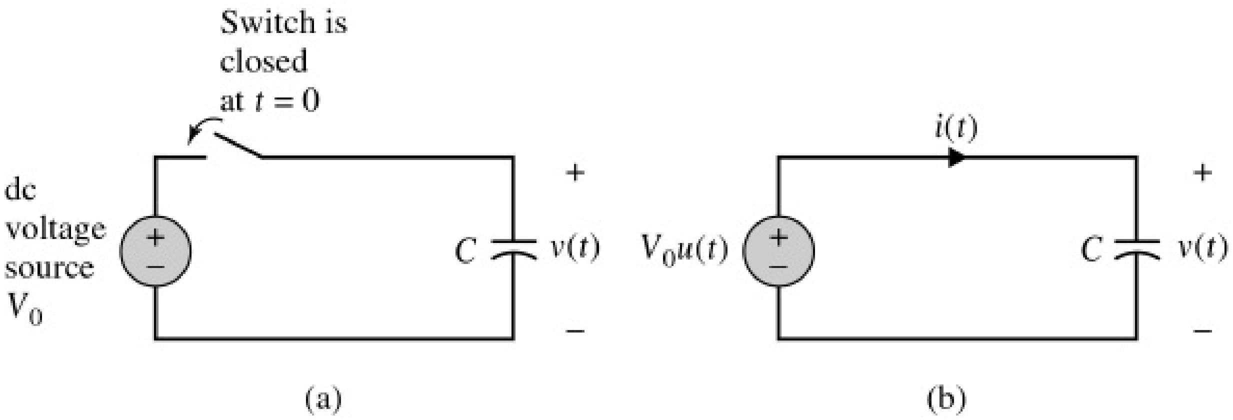


Figure 1.45 (p. 49)

(a) Parallel *LRC* circuit driven by an impulsive current signal. (b) Series *LRC* circuit driven by an impulsive voltage signal.

$$d(t) = \delta(t)$$

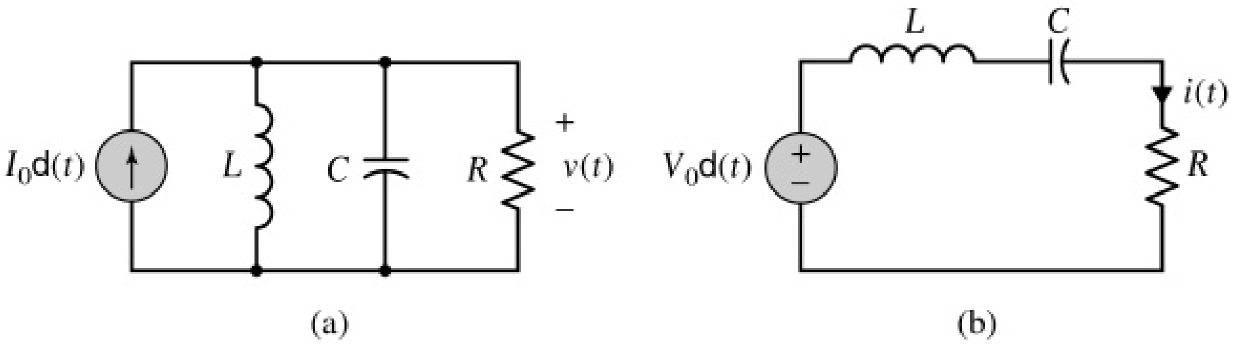
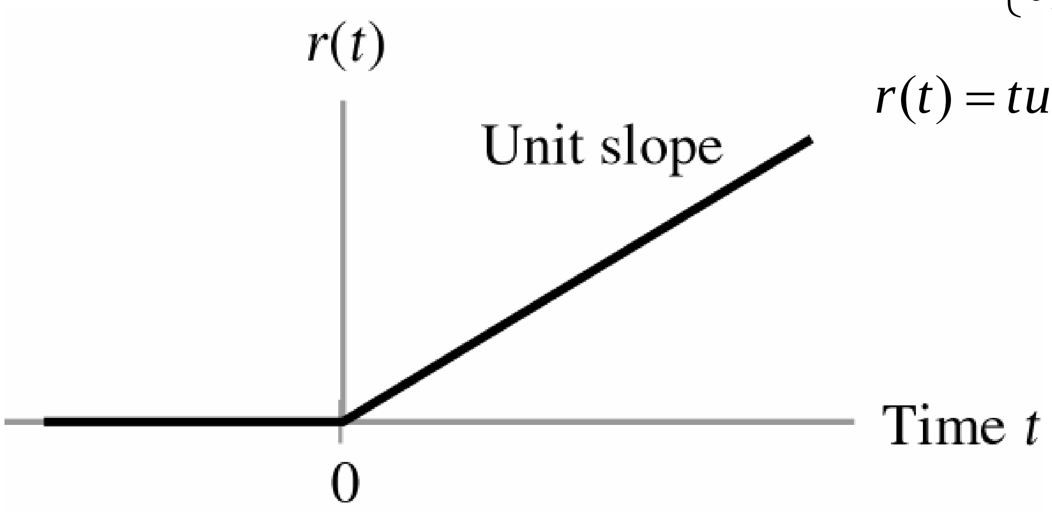


Figure 1.46 (p. 51)

Ramp function of unit slope.

$$r(t) = \begin{cases} t, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

$$r(t) = tu(t)$$



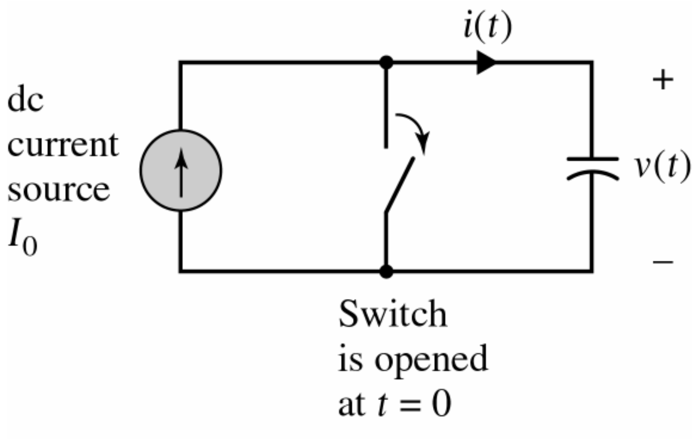
$$r(t) = \int_{-\infty}^{t} u(\tau)d\tau \qquad \frac{dr(t)}{dt} = u(t)$$

Figure 1.47 (p. 52)
Discrete-time version of the ramp function.

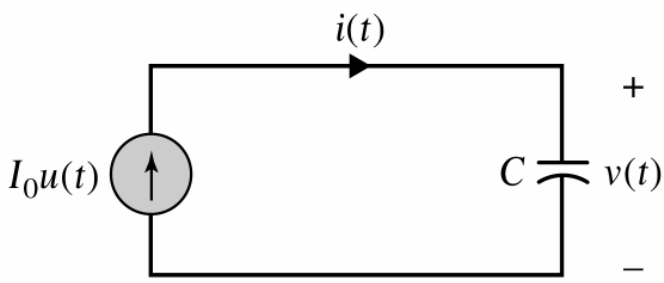
$$r[n] = \begin{cases} n, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases}$$

$$r[n] = nu[n]$$

Figure 1.48 (p. 52)
(a) Parallel circuit consisting of a current source, switch, and capacitor, the capacitor is initially assumed to be uncharged, and the switch is opened at time t = 0. (b) Equivalent circuit replacing the action of opening the switch with the step function $u(t)$.



(a)



(b)

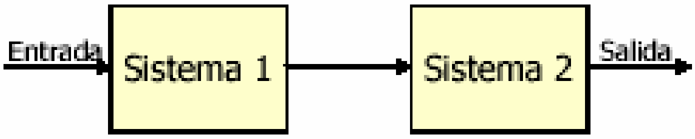
Capitulo 1.- Introducción

1.7 Sistemas vistos como interconexiones de operaciones

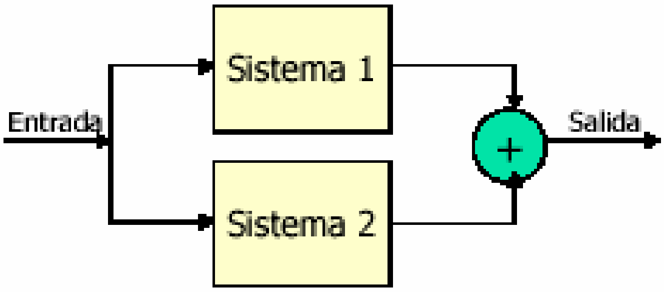
Figure 1.49 (p. 53)
Block diagram representation of operator *H* for (a) continuous time and (b) discrete time.

Conexión entre sistemas

- Interconexión en serie

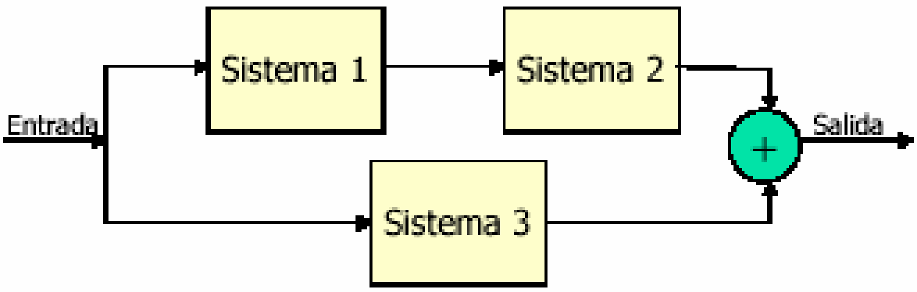


- Interconexión en paralelo



Conexión entre sistemas (cont.)

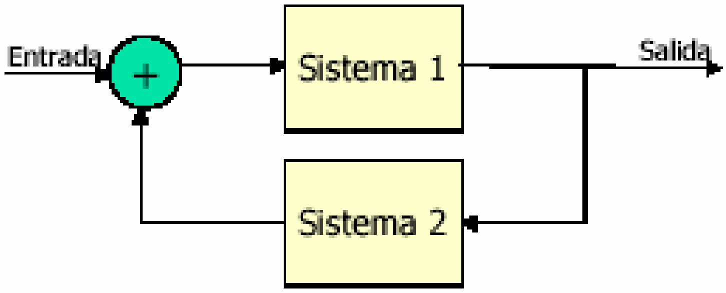
- Interconexión en serie-paralelo



- Ejemplo: Combinación de dos señales de audio, una con amp. y otra sin amp.

Conexión entre sistemas (cont.)

- Interconexión con retroalimentación



- Ejemplo: Control de velocidad de un vehículo

Figure 1.50 (p. 54)
Discrete-time-shift operator S^k, operating on the discrete-time signal $x[n]$ to produce $x[n-k]$.

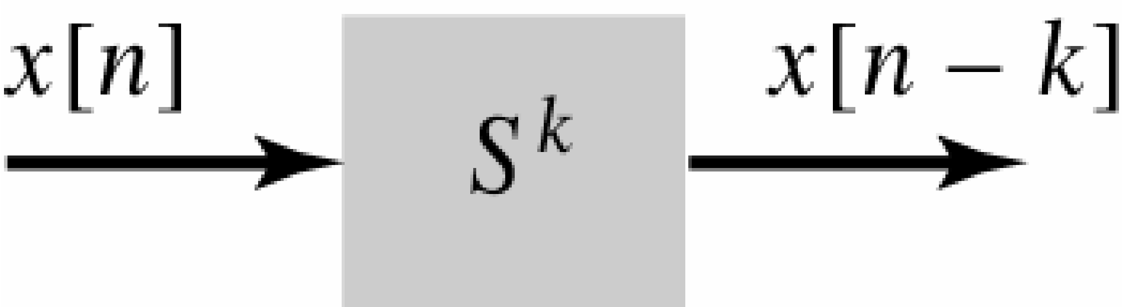
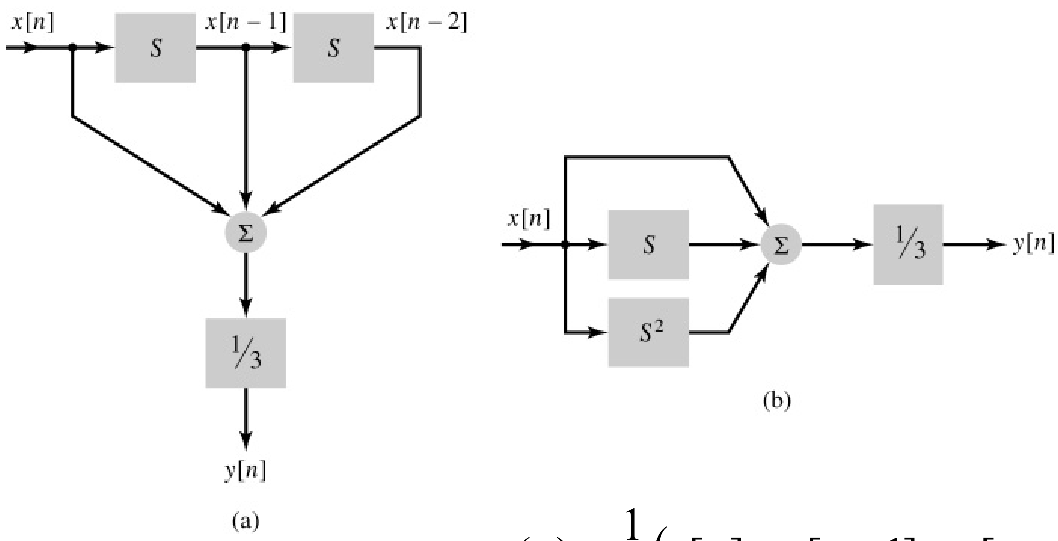


Figure 1.51 (p. 54)
Two different (but equivalent) implementations of the moving-average system: (a) cascade form of implementation and (b) parallel form of implementation.



$$y(n) = \frac{1}{3}\left(x[n] + x[n-1] + x[n-2]\right)$$

Capitulo 1.- Introducción

1.8 Propiedades de sistemas

- Estabilidad
- Memoria
- Causalidad
- Invertibilidad
- Invarianza en el tiempo
- Linealidad

Propiedades de los sistemas

- Estabilidad
  - Es estable si a una entrada acotada, genera una salida acotada *BIBO*
  - En otras palabras, su salida no diverge si su entrada no diverge.

$$|y(t)| \leq M_y < \infty \quad para \ todo \ t$$

$$|x(t)| \leq M_x < \infty \quad para \ todo \ t$$

$$M_x, M_y, \quad números \ \ positivos \ \ finitos$$

Figure 1.52a (p. 56)
Dramatic photographs showing the collapse of the Tacoma Narrows suspension bridge on November 7, 1940. (a) Photograph showing the twisting motion of the bridge’s center span just before failure. (b) A few minutes after the first piece of concrete fell, this second photograph shows a 600-ft section of the bridge breaking out of the suspension span and turning upside down as it crashed in Puget Sound, Washington. Note the car in the top right-hand corner of the photograph.

(Courtesy of the Smithsonian Institution.)

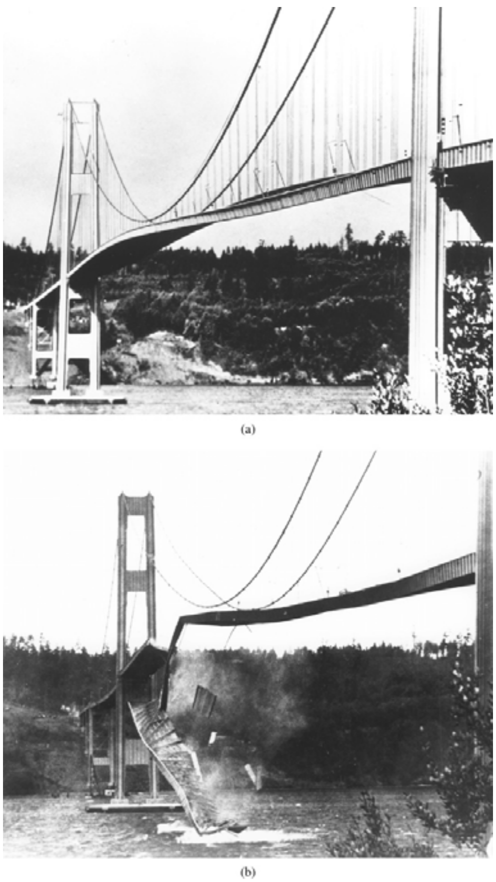
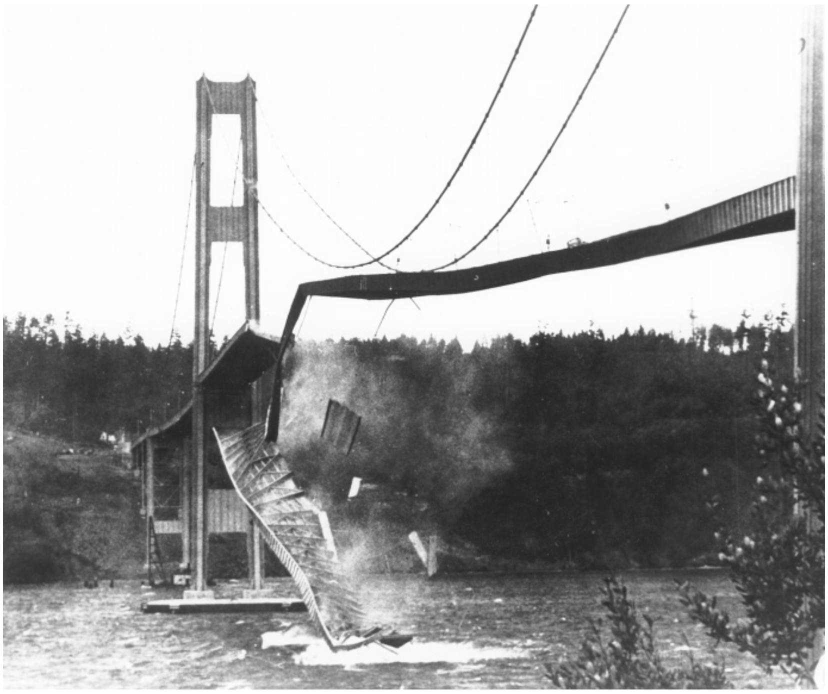


Figure 1.52b



Sistemas y señales 2003-04Signals and Systems, 2/E by Simon Haykin and Barry Van Veen

Propiedades de los sistemas (cont.)

- Memoria
  - *Con memoria* si la salida depende de entradas pasadas (y futuras).
    - Capacitor, bobina
    - Acumulador, etc.
  - *Sin memoria* si solo depende de la entrada presente.
    - Resistor, Elevador al cuadrado

1.-La relación de entrada-salida de un capacitor se describe mediante

$$v(t) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(\tau)d\tau$$

¿Cuál es su memoria?

Respuesta : La memoria se extiende desde el tiempo t hasta el pasado infinito

2.- La relación de entrada-salida de un inductor se describe mediante

$$i(t) = \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} v(\tau)d\tau$$

¿Cuál es su memoria?

3.- La relación de entrada-salida de un resistor se describe mediante

$$i(t) = \frac{1}{R}v(t)$$

¿Cuál es su memoria?

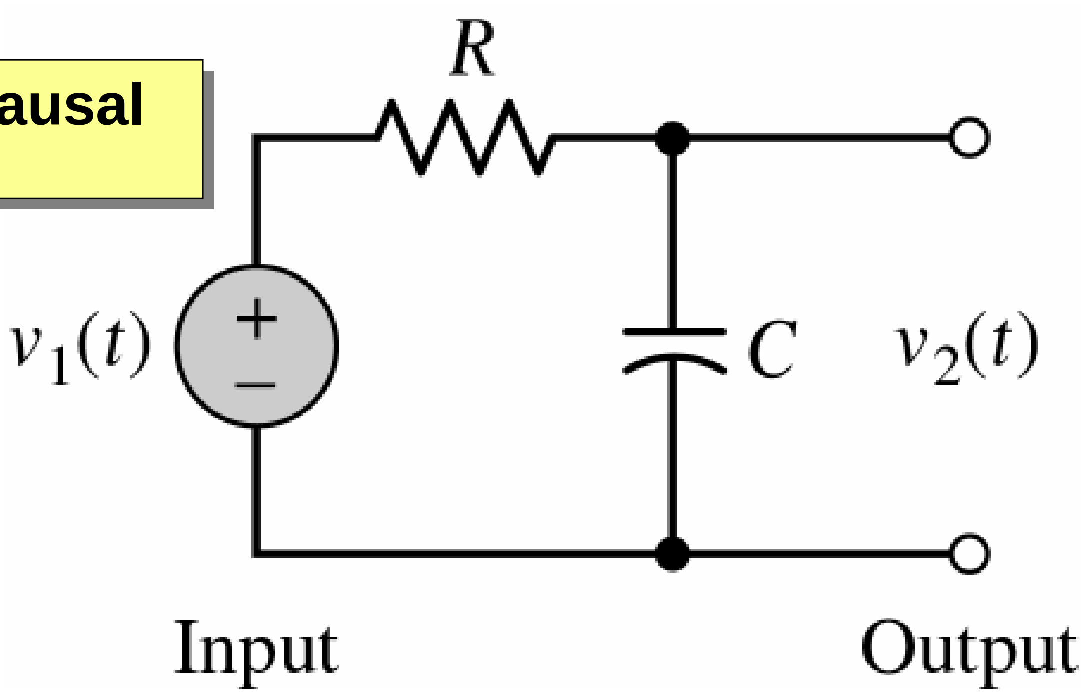
Propiedades de los sistemas (cont.)

- Causalidad
  - *Causal* si la salida presente depende de los valores presente y/o pasado de la señal de entrada.
    $$y[n] = \frac{1}{3}(x[n] + x[n-1] + x[n-2])$$
  - *No causal* si la salida presente depende de los valores futuros de la señal de entrada.
    $$y[n] = \frac{1}{3}(x[n+1] + x[n] + x[n-1])$$

Figure 1.53 (p. 59)

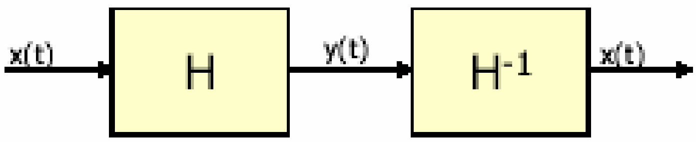
Series RC circuit driven from an ideal voltage source $v_1(t)$, producing output voltage $v_2(t)$.

Causal



Propiedades de los sistemas (cont.)

- Invertibilidad
  - *Invertible* si la entrada del sistema puede recuperarse de la salida del sistema.



$$H^{-1}\{y(t)\} = H^{-1}\{H\{x(t)\}\} = H^{-1}H\{x(t)\}$$

$$H^{-1}H = I$$

  - I es el operador identidad
  - H^{-1} es el inverso del operador H

Figure 1.54 (p. 59)

The notion of system invertibility. The second operator H^{inv} is the inverse of the first operator H. Hence, the input $x(t)$ is passed through the cascade correction of H and H^{-1} completely unchanged.

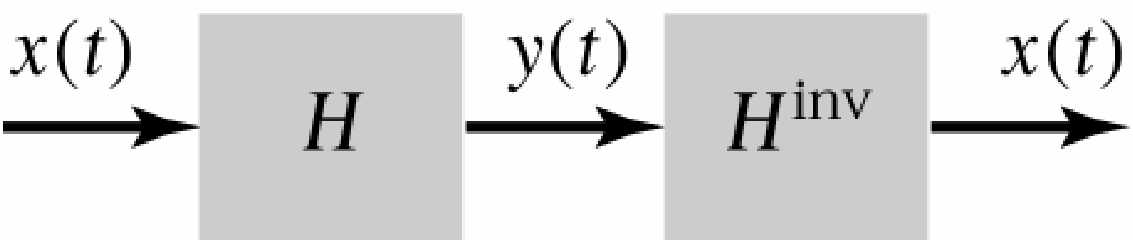
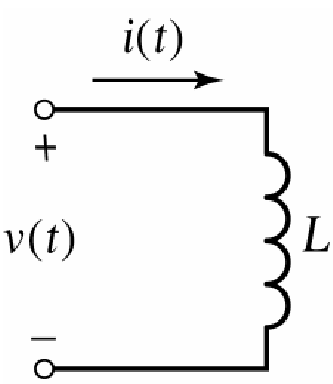


Figure 1.18 (p. 26)

Inductor with current $i(t)$, inducing voltage $v(t)$ across its terminals.

$$v(t) = L\frac{d}{dt}i(t)$$

$$i(t) = \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} v(\tau)\,d\tau$$



Sistemas y señales 2003-04 *Signals and Systems, 2/E* by Simon Haykin and Barry Van Veen
Copyright © 2003 John Wiley & Sons. Inc. All rights reserved.

Propiedades de los sistemas (cont.)

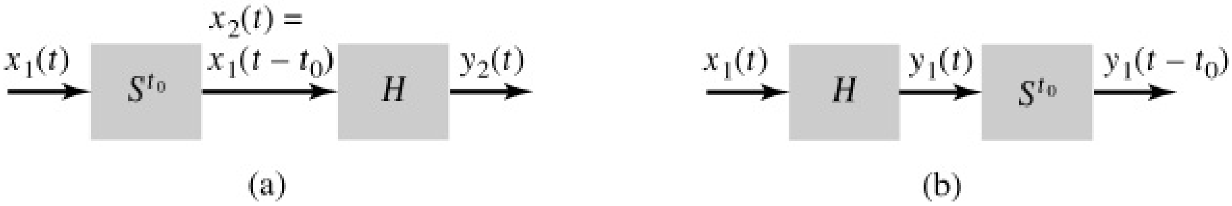
- Invariancia en el tiempo
  - Las características de entrada y salida del sistema no cambian con el tiempo
  - Al aplicar una entrada desplazada en el tiempo (retraso o adelanto) al sistema, se produce una salida con el mismo desplazamiento
  - Cuando no se cumple el comportamiento anterior, el sistema es variante en el tiempo

Test para invariancia en el tiempo

- Aplicar al sistema una entrada retardada $x(t-t_0)$ para obtener $y_i(t)$
- Retardar la salida original $y(t)$ una cantidad igual a t_0 para obtener $y_o(t)$
- Comparar ambas ecuaciones:
  - Si son iguales ($y_i(t) == y_o(t)$), Invariante en el tiempo.
  - Si no, Variante en el tiempo.

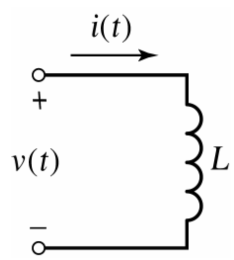
Figure 1.55 (p. 61)

The notion of time invariance. (a) Time-shift operator S^{t_0} preceding operator *H*. (b) Time-shift operator S^{t_0} following operator *H*. These two situations are equivalent, provided that *H* is time invariant.



$$y_2(t) = y_1(t-t_0) \quad \Rightarrow \quad HS^{t_0}\{x_1(t)\} = S^{t_0}H\{x_1(t)\} \quad \Rightarrow$$

$$HS^{t_0} = S^{t_0}H \quad \Rightarrow \quad H : Invertible$$



$$y(t) = \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} x(\tau)d\tau \quad ¿in\text{var}iante?$$

$$y_i(t) = \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} x(\tau - t_0)d\tau \overset{\tau' = \tau - t_0}{=} \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t-t_0} x(\tau')d\tau'$$

$$y_o(t) = y(t-t_0) = \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t-t_0} x(\tau)d\tau$$

$$y_i(t) = y_o(t) \Rightarrow in\text{var}iante$$

Propiedades de los sistemas (cont.)

- Linealidad
  - Un sistema es lineal si satisface el principio de superposición
  - Si una entrada consiste en la suma ponderada de varias señales, entonces la salida es simplemente la superposición (es decir, la suma ponderada de las respuestas del sistema a cada una de estas señales.

Figure 1.1 (p. 2)
Representación en diagrama de bloques de un sistema

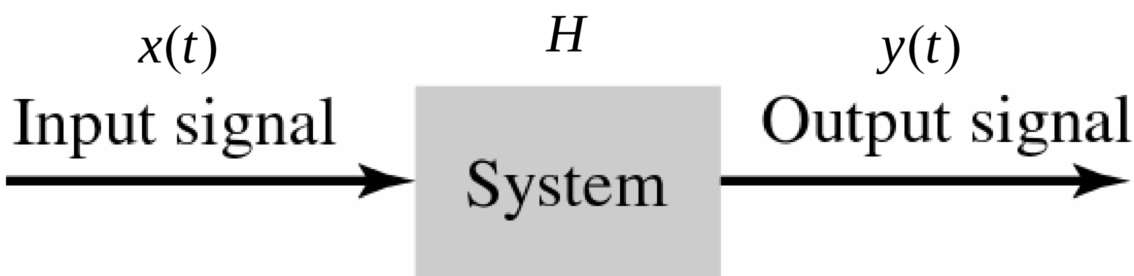
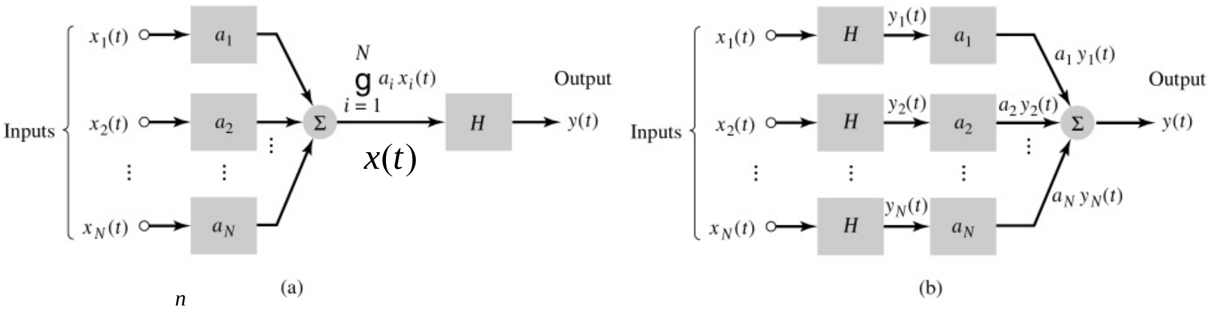


Figure 1.56 (p. 64)

The linearity property of a system. (a) The combined operation of amplitude scaling and summation precedes the operator *H* for multiple inputs. (b) The operator *H* precedes amplitude scaling for each input; the resulting outputs are summed to produce the overall output *y*(*t*). If these two configurations produce the same output *y*(*t*), the operator *H* is linear.



$$x(t) = \sum_{i=1}^{n} a_i x_i(t)$$

$$y_i(t) = H\{x_i(t)\}$$

$$y(t) = H\{x(t)\} = \mathrm{H}\left\{\sum_{i=1}^{n} a_i x_i(t)\right\}$$

$$y(t) = \sum_{i=1}^{n} a_i y_i(t) = \sum_{i=1}^{n} a_i \mathrm{H}\{x_i(t)\}$$

$$\mathrm{H}\left\{\sum_{i=1}^{n} a_i x_i(t)\right\} = \sum_{i=1}^{n} a_i \mathrm{H}\{x_i(t)\}$$

$$y[n] = n\,x[n] \quad ¿lineal?$$

$$x[n] = \sum_{i=1}^{N} a_i x_i[n]$$

$$y[n] = n\sum_{i=1}^{N} a_i x_i[n] = \sum_{i=1}^{N} a_i n x_i[n] = \sum_{i=1}^{N} a_i y_i[n] \quad lineal$$

$$y[n] = \frac{1}{3}\left(x[n] + x[n-1] + x[n-2]\right) \quad ¿lineal?$$

$$y[n] = \frac{1}{3}\left(\sum_{i=1}^{N} a_i x_i[n] + \sum_{i=1}^{N} a_i x_i[n-1] + \sum_{i=1}^{N} a_i x_i[n-2]\right)$$

$$y[n] = \sum_{i=1}^{N} a_i \left[\frac{1}{3}\left(x_i[n] + x_i[n-1] + x_i[n-2]\right)\right] = \sum_{i=1}^{N} a_i y_i[n] \quad lineal$$

Capitulo 1.- Introducción

PROBLEMAS

Figure P1.42 (p.88) PROBLEMA

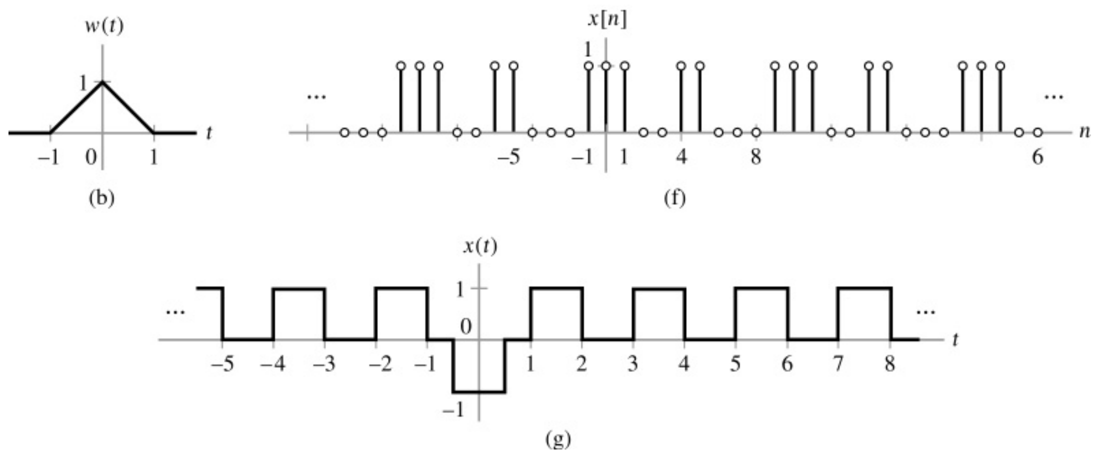
Determine si las siguientes señales son periódicas.
Si son periódicas, encuentre el periodo fundamental.

$(b)\ x(t) = \sum_{k=-5}^{5} w(t-2k)$ — $(b)\ No\ periódica$

$(c)\ x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} w(t-3k)$ — $(c)\ Periódica\ ;\ T = 3s$

$(f)\ x[n]$ — $(f)\ Periódica\ ;\ N = 10\ muestras$

$(g)\ x[n]$ — $(g)\ No\ periódica$



Determine si las siguientes señales son periódicas.
Si son periódicas, encuentre el periodo fundamental.

$(a)\ x(t) = \left(\cos(2\pi t)\right)^2$ $\qquad (a)\ Periódica\ ; T = 0{,}5s$

$(d)\ x[n] = (-1)^n$ $\qquad (d)\ {*}\ Periódica\ ;\ N = 2$

$(e)\ x[n] = (-1)^{n^2}$ $\qquad (e)\ {*}\ Periódica\ ;\ N = 2$

$(h)\ x[n] = \cos(2n)$ $\qquad (h)\ No\ periódica$

$(i)\ x[n] = \cos(2\pi n)$ $\qquad (i)\ Periódica\ ;\ N = 1\ muestra$

Sistemas y señales 2003-04Signals and Systems, 2/E by Simon Haykin and Barry Van Veen

Tipos de señales (De Energía vs de potencia) (cont.)

- Ecuaciones para calcular la potencia promedio y la energia total para señales continuas y discretas, respectivamente:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t)dt \qquad P = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x^2(t)dt$$ Señal periódica

$$E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x^2[n] \qquad P = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x^2[n]$$ Señal periódica

Señales de energía, señales de potencia

$$Energia\ Total \begin{cases} E = \lim_{T\to\infty}\int_{-T/2}^{T/2} x^2(t)dt = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t)dt \\ E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x^2[n] \end{cases}$$

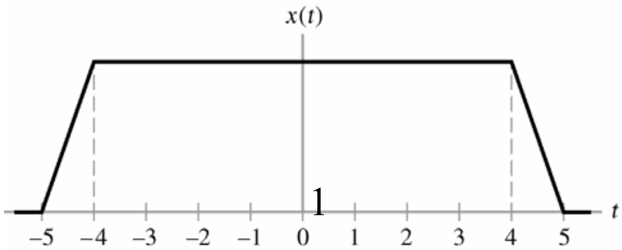
$$Potencia\ Promedio \begin{cases} P = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x^2(t)dt \\ P = \lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{n=-N}^{N} x^2[n] \end{cases}$$

$$Señales\ Periódicas: Potencia\ Promedio \begin{cases} P = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x^2(t)dt \\ P = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x^2[n] \end{cases}$$

Figure P1.47 (p. 89) PROBLEMA

Determinar la energia total del pulso trapezoidal x(t) de la figura, definido por :

$$x(t) = \begin{cases} 5-t, & 4\le t\le 5 \\ 1, & -4\le t\le 4 \\ t+5, & -5\le t\le -4 \\ 0, & resto \end{cases}$$



$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t)dt = \int_{-5}^{+5} x^2(t)dt = 2\int_0^5 x^2(t)dt = 2\int_0^4 1^2\,dt + 2\int_4^5 (5-t)^2\,dt$$

$$E = 2[t]_{t=0}^4 + 2\left[-\frac{1}{3}(5-t)^3\right]_{t=4}^5 = 8 + \frac{2}{3} = \frac{26}{3}$$

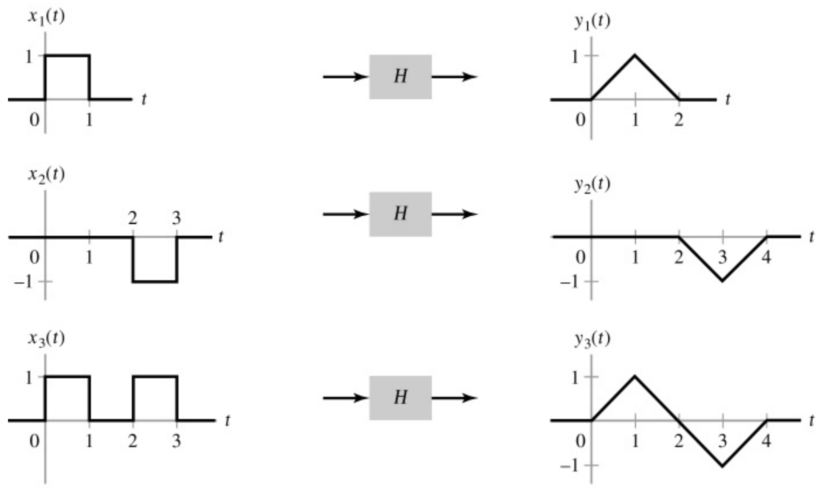
$$P = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x^2(t)dt = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-5}^{5} x^2(t)dt = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\frac{26}{3} = 0$$

Figure P1.75 (p. 92)

PROBLEMAS

Determinar si los sistemas H son :

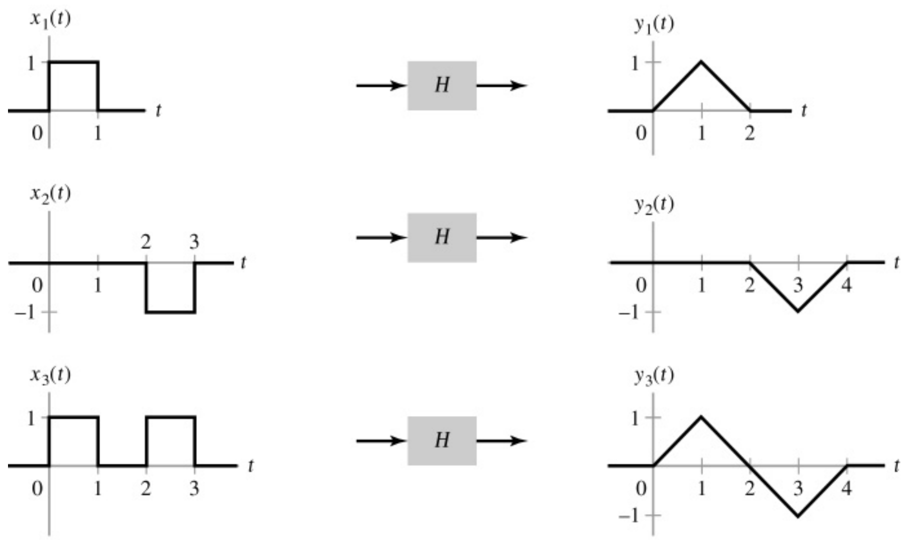
***Sin memoria**
***Causales**
***Lineales**
***Invariantes**



Sis

(a)

(a) Los tres sistemas :
- *Tienen memoria, porque tienen un integrador en la entrada
- *Son causales, la salida no aparece antes de la entrada
- *Son invariantes en el tiempo



(a)

Problema 1.49

Un pulso rectangular x(t) se define por : $x(t)=\begin{cases} A, & 0\le t\le T \\ 0, & en\ el\ resto \end{cases}$

Dicho pulso se aplica a un integrador definido por : $y(t)=\int_{0^-}^{t} x(\tau)d\tau$

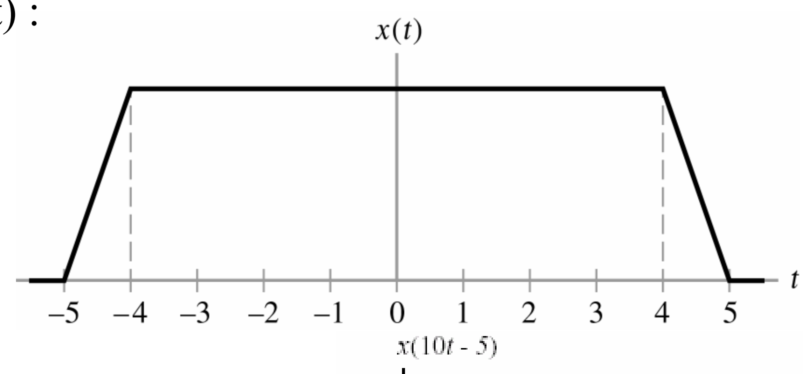
Calcular la energía total del la salida y(t)

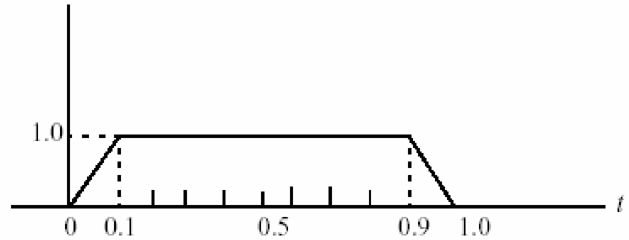
$$y(t)=A\int_{0^-}^{t} d\tau = A\tau\,|_{0^-}^{t} = At \quad para \quad 0\le t\le T$$

$$E=\int_0^T A^2t^2dt=\frac{A^2T^3}{3}$$

Problema 1.51

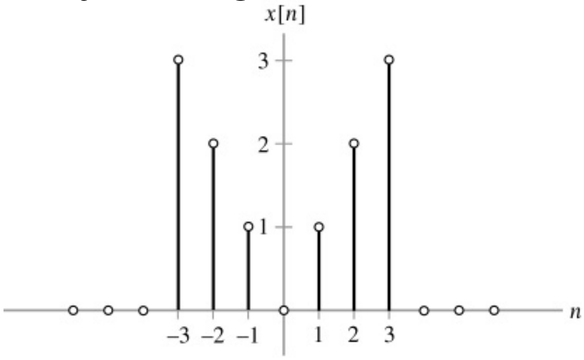
Dibujar el pulso trapezoidal y(t)=x(10t-5)
Siendo x(t) :



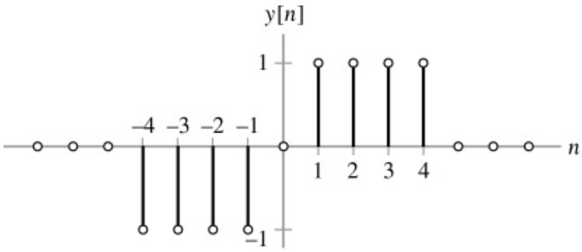


Problema 1.56

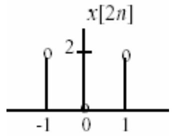
Sean x[n] y y[n] de la figura adjunta
Dibujar las siguientes señales :

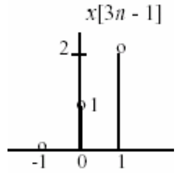


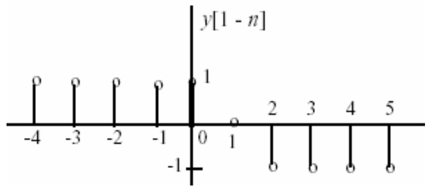
(a)

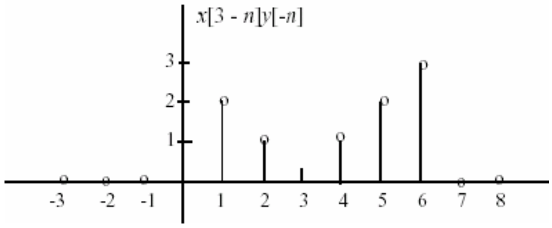


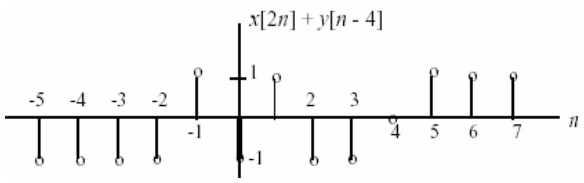
(b)











Problema 1.57

Determinar si las siguientes señales son periódica, en cuyo caso calcular el periodo fundamental :

$a)\quad x[n]=\cos\left(\frac{8}{15}\pi n\right)$

$b)\quad x[n]=\cos\left(\frac{7}{15}\pi n\right)$

$c)\quad x(t)=\cos(2t)+sen(3t)$

$d)\quad x(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}(-1)^k\delta(t-2k)$

$e)\quad x[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\left\{\delta[n-3k]+\delta[n-k^2]\right\}$

$f)\quad x(t)=\cos(t)u(t)$

$g)\quad x(t)=v(t)+v(-t), donde$

$\quad v(t)=\cos(t)u(t)$

$i)\quad x[n]=\cos\left(\frac{1}{5}\pi n\right)sen\left(\frac{1}{3}\pi n\right)$

(a) Periodic
Fundamental period = 15 samples

(b) Periodic
Fundamental period = 30 samples

(c) Nonperiodic Periódica, T=2π

(d) Periodic
Fundamental period = 2 samples

(e) Nonperiodic

(f) Nonperiodic

(g) Periodic
Fundamental period = 2π seconds

(h) Nonperiodic

(i) Periodic
Fundamental period = 15 samples