

Transformadas de z básicas (1)

Señal	Transformada	ROC
$x[n] = \frac{1}{2\pi j} \oint X(z)z^{n-1} dz$	$X[z] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]z^{-n}$	
$\delta[n]$	1	Toda z
$u[n]$	$\frac{1}{1-z^{-1}}$	$ z > 1$
$\alpha^n u[n]$	$\frac{1}{1-\alpha z^{-1}}$	$ z > \alpha $
$n\alpha^n u[n]$	$\frac{\alpha z^{-1}}{(1-\alpha z^{-1})^2}$	$ z > \alpha $
$[\cos(\Omega_1 n)]u[n]$	$\frac{1-z^{-1}\cos\Omega_1}{1-z^{-1}2\cos\Omega_1+z^{-2}}$	$ z > 1$
$[\sen(\Omega_1 n)]u[n]$	$\frac{z^{-1}\sen\Omega_1}{1-z^{-1}2\cos\Omega_1+z^{-2}}$	$ z > 1$
$[r^n \cos(\Omega_1 n)]u[n]$	$\frac{1-z^{-1}r\cos\Omega_1}{1-z^{-1}2r\cos\Omega_1+r^2z^{-2}}$	$ z > r$
$[r^n \sen(\Omega_1 n)]u[n]$	$\frac{z^{-1}r\sen\Omega_1}{1-z^{-1}2r\cos\Omega_1+r^2z^{-2}}$	$ z > r$

Transformadas bilaterales para señales que son distintas de cero para $n < 0$

Señal	Transformada bilateral	ROC
$u[-n-1]$	$\frac{1}{1-z^{-1}}$	$ z < 1$
$-\alpha^n u[-n-1]$	$\frac{1}{1-\alpha z^{-1}}$	$ z < \alpha $
$-n\alpha^n u[-n-1]$	$\frac{\alpha z^{-1}}{(1-\alpha z^{-1})^2}$	$ z < \alpha $

Propiedades de la transformada z

Señal	Transformada unilateral	Transformada bilateral	ROC
$x[n]$	$X(z)$	$X(z)$	R_x
$y[n]$	$Y(z)$	$Y(z)$	R_y
$ax[n]+by[n]$	$aX(z)+bY(z)$	$aX(z)+bY(z)$	al menos $R_x \cap R_y$
$x[n-k]$	vea abajo	$z^{-k} X(z)$	R_x excepto posibl. para $ z =0, \text{inf.}$
$\alpha^n x[n]$	$X(z/\alpha)$	$X(z/\alpha)$	$ \alpha R_x$
$x[-n]$	no	$X(1/z)$	$1/ R_x$
$x[n]*y[n]$	$X(z)Y(z)$	$X(z)Y(z)$	al menos $R_x \cap R_y$
$nx[n]$	$-z \frac{d}{dz} X(z)$	$-z \frac{d}{dz} X(z)$	R_x excepto posibl. En la suma o eliminación de $z=0$

Propiedades de corrimiento en el tiempo de la transformada z unilateral

$$x[n-k] \xrightarrow{z_u} x[-k] + x[-k+1]z^{-1} + \dots + x[-1]z^{-k+1} + z^{-k} \mathbf{X}(z), \forall k > 0$$

$$x[n-k] \xrightarrow{z_u} -x[0]z^k - x[1]z^{k-1} - \dots - x[k-1]z + z^k \mathbf{X}(z), \forall k > 0$$