EXAMEN SISTEMAS Y SEÑALES (Ingeniería Informática, UV) 10 Febrero 2.004

PROBLEMAS

1.- Dado un sistema con entrada x[n] y salida y[n]=x[n-n_0] , determinar si dicho sistema es :
a) Estable ; b) Causal ; c) Lineal ; d) Tiempo invariante ; e) Con memoria

$$y[n] = T(x[n]) = x[n - n_0]$$

SOLUCIÓN :

a) Estable de entrada acotada salida acotada (BIBO)

$si\ |x[n]| \leq M < \infty, \forall n \Rightarrow |T(x[n])| = |x[n - n_0]| \leq M$ **SISTEMA ESTABLE**

b) **Causal** : el valor presente de la señal de salida depende solo de los valores presentes y/o pasado de la señal de entrada. **Si $\mathbf{n_0 \geq 0}$**

No causal : el valor presente de la señal de salida depende de los valores futuros de la señal de entrada **Si $\mathbf{n_0 < 0}$**

c) Lineal si satisface el principio de superposición

$T(ax_1[n] + bx_2[n]) = ax_1[n - n_0] + bx_2[n - n_0] = aT(x_1[n]) + bT(x_2[n])$ **LINEAL**

d) Tiempo invariante

$T(x[n - n_d]) = x[(n - n_0) - n_d] = x[(n - n_d) - n_0] = y[n - n_d]$ **TIEMPO INVARIANTE**

e) Con memoria : si la señal de salida depende de los valores pasados de la señal de entrada
Sin memoria : si su señal de salida depende solo del valor presente de la señal de entrada

Si **$\mathbf{n_0}$=0** $y[n] = T(x[n]) = x[n]$ **Sistema SIN MEMORIA**

Si **$\mathbf{n_0}$≠0** $y[n] = T(x[n]) = x[n]$ **Sistema CON MEMORIA**

EXAMEN SISTEMAS Y SEÑALES (Ingeniería Informática, UV) 10 Febrero 2.004
PROBLEMAS

2.- Determine los coeficientes de la DTFS por inspección para la señal

x[n]=100 + sen(2πn/3) cos(πn/2)

SOLUCIÓN :

Calculamos el periodo fundamental N

$$\frac{2\pi}{3}N = 2\pi k \quad \Rightarrow \quad N = 3k = 3*4 = 12$$
$$\frac{\pi}{2}N = 2\pi r \quad \Rightarrow \quad N = 4r = 4*3 = 12$$

$$\Omega_0 = \frac{2\pi}{N} = \frac{2\pi}{12} \quad ; \quad x[n] = \sum_{\langle N\rangle} X[k]e^{jk\omega_0 n}$$

$$x[n] = 100 + sen(2\pi n/3)con(2\pi n/4) = 100 + \frac{e^{j2\pi n\frac{1}{3}} - e^{-j2\pi n\frac{1}{3}}}{2j}\,\frac{e^{j2\pi n\frac{1}{4}} + e^{-j2\pi n\frac{1}{4}}}{2}$$

$$x[n] = 100 + \frac{1}{4j}\left[e^{j2\pi n\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)} + e^{j2\pi n\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)} - e^{j2\pi n\left(-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)} - e^{j2\pi n\left(-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)}\right]$$

$$x[n] = 100 - \frac{j}{4}\left[e^{j2\pi n\left(\frac{7}{12}\right)} + e^{j2\pi n\left(\frac{1}{12}\right)} - e^{j2\pi n\left(\frac{-1}{12}\right)} - e^{j2\pi n\left(\frac{-7}{12}\right)}\right]$$

$$x[n] = 100 - \frac{j}{4}\left[e^{j(7)\omega_0 n} + e^{j(1)\omega_0 n} - e^{j(-1)\omega_0 n} - e^{j(-7)\omega_0 n}\right]$$

$$x[n] = \frac{j}{4}e^{j(-7)\omega_0 n} + \frac{j}{4}e^{j(-1)\omega_0 n} + 100e^{j(0)\omega_0 n} - \frac{j}{4}e^{j(1)\omega_0 n} - \frac{j}{4}e^{j(7)\omega_0 n} = \sum_{\langle N\rangle} X[k]e^{jk\omega_0 n}$$

$$X[k] = \begin{cases} 0{,}25j & ,k = -7,-1 \\ 100 & ,k = 0 \\ -0{,}25j & ,k = 1,7 \\ 0 & ,-6 \le k \le -2 \; y \; 2 \le k \le 6 \end{cases}$$

EXAMEN SISTEMAS Y SEÑALES (Ingeniería Informática, UV) 10 Febrero 2.004
PROBLEMAS

3.- La función de transferencia de un sistema LTI es **:** $H(z)=\dfrac{z-1}{z+\frac{3}{4}}$

La entrada del sistema es : $x[n]=\left(\frac{1}{2}\right)^{n}u[n]+u[-n-1]$

a) Encontrar la respuesta al impulso del sistema para todos los valores de n
b) Encontrar la salida y[n] para todos los valores de n
c) Si el sistema es estable , entonces ¿ h[n] es absolutamente sumable ¿

SOLUCIÓN :

a)

$$H(z)=\frac{z-1}{z+\frac{3}{4}}=\frac{1-z^{-1}}{1+\frac{3}{4}z^{-1}}=\frac{1}{1+\frac{3}{4}z^{-1}}-z^{-1}\frac{1}{1+\frac{3}{4}z^{-1}}$$

$$h[n]=\left(-\frac{3}{4}\right)^{n}u[n]-\left(-\frac{3}{4}\right)^{n-1}u[n-1]$$

b)

$$X(z)=\frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}-\frac{1}{1-z^{-1}}=\frac{-\frac{1}{2}z^{-1}}{\left(1-\frac{1}{2}z^{-1}\right)\left(1-z^{-1}\right)}\quad ;\quad \frac{1}{2}<|z|<1$$

$$Y(z)=H(z)X(z)=\frac{1-z^{-1}}{1+\frac{3}{4}z^{-1}}\;\frac{-\frac{1}{2}z^{-1}}{\left(1-\frac{1}{2}z^{-1}\right)\left(1-z^{-1}\right)}=\frac{-\frac{1}{2}z^{-1}}{\left(1+\frac{3}{4}z^{-1}\right)\left(1-\frac{1}{2}z^{-1}\right)}\quad ;\quad \frac{3}{4}<|z|$$

$$Y(z)=\frac{\frac{2}{5}}{\left(1+\frac{3}{4}z^{-1}\right)}+\frac{-\frac{2}{5}}{\left(1-\frac{1}{2}z^{-1}\right)}$$

$$y[n]=\frac{2}{5}\left(-\frac{3}{4}\right)^{n}u[n]-\frac{2}{5}\left(\frac{1}{2}\right)^{n}u[n]$$

c)
Para que h[n] se causal la ROC de H(z) debe ser ¾ <|z| que incluye el circulo de radio unidad, por lo tanto h[n] es absolutamente sumable.