

NOM: _____ COGNOMS: _____

Es poden utilitzar apunts. Les preguntes s'han de contestar en els espais reservats, i en el revers dels fulls si no hi ha prou espai o es vol fer alguna aclaració.
NO S'ACCEPTARÀ cap full a banda dels que componen l'examen!

*Se pueden utilizar apuntes. Las preguntas han de contestarse en los espacios reservados, y en el reverso de las hojas si no hay suficiente espacio o se quiere hacer alguna aclaración.
¡NO SE ACEPTARÁ ninguna hoja aparte de las que componen el examen!*

1. Dóna un exemple d'una gramàtica incontextual (que no siga regular) en la qual tota derivació d'una cadena siga al mateix temps una derivació més a la dreta i una derivació més a l'esquerra. Escriu la gramàtica i una derivació corresponent a alguna cadena.

2. Considera el llenguatge L format per *totes* les possibles expressions regulars sobre l'alfabet $\Sigma = \{a, b\}$. Per exemple, $(a^* + b + \varepsilon)(a + (ab)^*)$ és una cadena de longitud 17 que pertany a L mentre que $(, a, *, i +$ són quatre símbols que pertanyen a l'alfabet, Γ sobre el qual està definit L .

Defineix l'alfabet Γ i una gramàtica sobre aquest que genere L . Per conveniència, anomenem ε a la cadena buida sobre Σ i λ a la cadena buida sobre Γ .

3. Siga $L_1 = \{0^n 1^n \mid n \geq 0\}$, $L_2 = \{ww^{-1} \mid w \in (0+1)^+\}$.
Siga $h : \{0, 1\}^* \rightarrow \{a, b\}^*$ definit com a $h(0) = aba$, $h(1) = b$.
Siga $g : \{a, b\}^* \rightarrow \{0, 1\}^*$ definit com a $g(a) = 01$, $g(b) = 11$.

Calcular els següents llenguatges i dir quin és el tipus més restrictiu al que pertanyen.

- (a) $L_1 \cap L_2 =$
- (b) $L_1 \cap g(a^*) =$
- (c) $h(L_1) \cap h(L_2) =$
- (d) $h^{-1}((a+b)^*bb) =$
- (e) $L_1/L_2 =$
- (f) $L_2/L_1 =$

NOM:_____COGNOMS:_____

4. Considera el llenguatge L definit per l'expressió regular $a^*b^*a^*$.

(a) Quantes classes d'equivalència indueix sobre Σ^* la congruència associada a L ? Per què?

(b) Calcula cada una d'eixes classes d'equivalència.

5. Considera la gramàtica

$$S \rightarrow aB|bA|abC$$

$$C \rightarrow bA|aB|b$$

$$A \rightarrow aA|\varepsilon$$

$$D \rightarrow bA|aD|a$$

$$B \rightarrow bB|bA|S$$

(a) Calcula l'autòmat determinista mínim, A , tal que $L(G) = L(A)$.

(b) Troba una expressió regular, R , tal que $L(R) = \overline{L(G)}$.

NOM:_____COGNOMS:_____

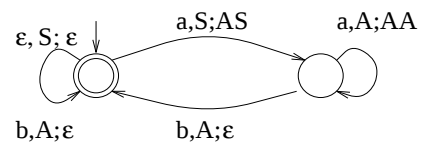
6. Considera el llenguatge $L = \{a^i b^j c^k \mid i = j \vee j = k; \ i \geq 0, j \geq 0, k \geq 0\}$.

(a) Demostrar que L no és regular.

(b) Demostrar que L és incontextual (sense calcular cap autòmat a pila).

(c) Trobar un autòmat a pila, A tal que $L_F(A) = L$

7. Siga A l'autòmat de la figura.



(a) És determinista A ? Per què?

(b) Trobar una gramàtica ben formada i en forma normal de Greibach, G , que compleixca que $L(G) = L_F(A)$

(c) Quin és el llenguatge $L_F(A)$? (Aquest apartat es pot contestar independentment de l'apartat anterior)