

NOM: _____ COGNOMS: _____

Es poden utilitzar apunts. Les preguntes s'han de contestar en els espais reservats, i en el revers dels fulls si no hi ha prou espai o es vol fer alguna aclaració.
NO S'ACCEPTARÀ cap full a banda dels que componen l'examen!

*Se pueden utilizar apuntes. Las preguntas han de contestarse en los espacios reservados, y en el reverso de las hojas si no hay suficiente espacio o se quiere hacer alguna aclaración.
¡NO SE ACEPTARÁ ninguna hoja aparte de las que componen el examen!*

1. Considera la següent gramàtica, G :

$$S \rightarrow aAB$$

$$C \rightarrow aDa|\varepsilon$$

$$A \rightarrow CAa|b$$

$$D \rightarrow bD$$

$$B \rightarrow bB|b$$

(a) De quin tipus és G ? Dóna un arbre de derivació per a la cadena $abaaab$.

(b) Quin llenguatge genera i de quin tipus és?

(c) Escriure (si és possible) un autòmat a pila, A , tal que $L(G) = L(A)$.

2. Siguen I_1, I_2 dos llenguatges independents del context i R_1, R_2 dos llenguatges regulars sobre un alfabet Σ . Digueu quina és la classe més restrictiva a què pertanyen les següents combinacions de llenguatges i *per què*.

(a) $(I_1 \cap \overline{R_1})/R_2$

(b) $(\overline{I_1} \cap R_1)/R_2$

(c) $\bigcup_{i=1}^{\infty} (I_1 \cap R_1^i)$

(d) $\bigcap_{i=1}^{\infty} (I_1 \cup R_1^i)$

(e) $I_1 \cap R_1 \cap R_2$

(f) $I_1 \cap I_2 \cap R_1$

(g) $\Sigma^* - (\overline{L_1} \cup R_1)$

NOM:_____COGNOMS:_____

3. Donada una cadena $\alpha \in \Sigma^*$ es defineix $pr(\alpha)$ com el conjunt de tots els possibles prefixs d' α i $sb(\alpha)$ com el conjunt de totes les subcadenaes d' α . És a dir,

$$pr(\alpha) = \{x \in \Sigma^* | \exists y \in \Sigma^* : \alpha = xy\} \quad \text{i} \quad sb(\alpha) = \{x \in \Sigma^* | \exists y, z \in \Sigma^* : \alpha = yxz\}$$

Anàlogament, per a tot llenguatge L es defineix $pr(L) = \bigcup_{w \in L} pr(w)$ i $sb(L) = \bigcup_{w \in L} sb(w)$

- (a) És tancada la classe dels llenguatges regulars respecte de l'operació pr ? Demostra-ho.

- (b) I respecte de sb ? Demostra-ho.

- (c) Calcula $pr(\{0^n 1^n, n \geq 0\})$.

- (d) Calcula $sb(\{0^n 1^n, n \geq 0\})$.

4. Considera el llenguatge $L = \{0^n 1^m | \frac{n}{2} \leq m \leq n\}$.

- (a) Demostra que L no és regular mitjançant el lema del bombeig. Si no es poguera, digues per què i intenta demostrar-ho d'una altra manera.

- (b) Troba un autòmat a pila que accepti L i digues si és determinista o no i per què. Raona si es pot trobar o no un autòmat a pila determinista en aquest cas.

- (c) Trobar una gramàtica (com més simple millor) que genere L (Fer-ho en el revers).

NOM:_____COGNOMS:_____

5. Considera el llenguatge L_1 format per totes aquelles cadenes de $\{0, 1^*\}$ tals que la seua longitud és imparella i no poden contindre més de dos símbols 1 seguits. Siga L_2 el llenguatge que conté cadenes de longitud parella formades només per símbols 0 o només per símbols 1.
- (a) Donar l'autòmat determinista mínim que accepti el llenguatge $L_1 \cup L_2$.
 - (b) Calcular una expressió regular equivalent a $\overline{L_1}$