

**PROBLEMAS (2:15) – Se pueden utilizar apuntes y libros**

1) Dadas las siguientes funciones iterativas, escribe la función de cota y el invariante. (4 ptos).

```
a)
func sum(v: vector[0..N-1] de enteros)
    dev v2: vector[0..N-1] de enteros
{Pre:  N > 0 }
i := 0;
v2[0] := v[0];
{Inv: ???; Dec: ???}
while( i ≠ N-1 )→ v2[i + 1] := v[i + 1] + v[i];
    i := i + 1;
]
{Post:  ∀ α: 1 ≤ α ≤ N-1: v2[α] = v[α] + v[α - 1] ∧
    v2[0] = v[0] }
```

a) INV:

FC:

b) INV:

FC:

```
b)
func sum_cuad(v: vector[1..N] de reales) dev s: real
{Pre:  cierto }
i := N;
s := 0;
{Inv: ???; Dec: ???}
while( i ≠ 0 )→ s := s + v[i] * v[i];
    i := i - 1;
]
{Post:  s = Σ α: 1 ≤ α ≤ N: v[α] * v[α] }
```

2) Resuelve la siguiente ecuación de recurrencia (6 ptos).  $T(n) = \begin{cases} 1 & \text{si } n \leq 1 \\ 3T(n/3) + n \cdot \log_3 n & \text{si } n > 1 \end{cases}$

SOLUCION:

3) Considera el siguiente vector de números naturales [ 1, 8, 5, 2, 9, 3, 4, 7 ] y responde a las siguientes preguntas (5 ptos):

a) Si le aplicamos el algoritmo de ordenación de intercambio directo o burbuja ¿Cómo quedaría el vector después de realizar 6 intercambios<sup>1</sup> sobre elementos del vector? (2 ptos). Escribe el resultado a continuación (usa 1 sólo vector):

--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--

b) Si le aplicamos el algoritmo de ordenación por mezcla ¿Cómo quedaría el vector después de realizar 16 asignaciones sobre elementos del vector? (2 ptos). Escribe el resultado a continuación:

--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--

<sup>1</sup> Recuerda que 1 intercambio corresponde a 3 asignaciones.

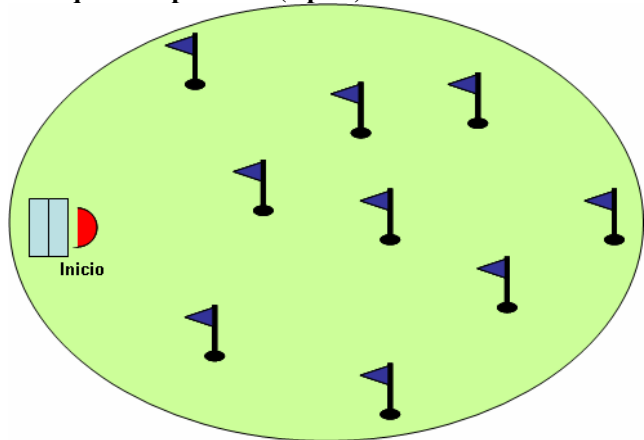
c) ¿Cuál de los dos algoritmos es el mejor en asignaciones sobre elementos del vector? (1 ptos)

- Para el caso particular de este vector:
- Para cualquier vector en el caso peor con  $n > 100$

4) Considera la siguiente situación y responde a las preguntas que se te plantean (8 ptos):

*El tío Pepe tiene un campo de hierba, que no le produce beneficio. Un amigo le ha recomendado que monte un campo de golf, y ni corto ni perezoso, el tío Pepe ha hecho 9 agujeros*

*Luego se ha enterado que tiene que construir una calle (un camino de césped) para cada hoyo. Como tiene poco dinero ha decidido que cada calle empiece en el hoyo anterior y que sea lo más corta posible. Además el principio del campo se debe iniciar en su caseta (hoyo 0) que va a acondicionar como club y vestuario..*



a) ¿Qué tipo de problema se trata y que algoritmo nos permitiría resolverlo? (1 pto)

b) Para resolver el problema, se puede considerar los hoyos (incluido el punto de inicio) como nodos de un grafo. En este caso: (2 ptos)

- Se trataría de un grafo dirigido o no dirigido. Justifica la respuesta.
- Se trataría de un grafo ponderado o no ponderado. Justifica la respuesta, indicando, en caso de ser ponderado, cuál sería el peso.
- Se trataría de un grafo completo o no completo. Justifica tu respuesta.

- Indica cuantos arcos tendrá este gráfico.

c) Escribe un algoritmo que resuelva este problema de forma óptima (mediante matrices de adyacencia) si el nodo de inicio se identifica por el 0 y corresponde al punto de partida, y existe una función “ $\text{dist}(n_1, n_2)$ ” que devuelve la distancia en metros existente entre el nodo 1 y el 2. (5 pts)

5) El siguiente algoritmo permite construir todas las combinaciones posibles (CON REPETICIÓN) de banderas de n franjas con 7 colores (‘Rojo’, ‘Amarillo’, ‘Verde’, ‘Azul’, ‘Violeta’, ‘Naranja’, ‘Blanco’) (7 pts)

```
ALGORITMO BANDERA (i: N)
DATOS:      Color : Vector[1..7] = {'Rojo', 'Amarillo', 'Verde',
                                   'Azul', 'Violeta', 'Naranja', 'Blanco'} // Vector de colores
RESULTADO: B : Vector [1..4] de Color

INICIO: BANDERA(1) // 1ª Llamada

METODO:
  Si i > n entonces
    Dibuja(B) // Dibuja en pantalla la bandera
  Sino
    Para j ← 1 hasta 7 hacer
      B[i] ← Color[j]
      BANDERA(i+1)
    fPara
  fSi
FBANDERA
```

a) Escribe su ecuación de recurrencia en número de asignaciones sobre el vector B (1 pts)

b) ¿De que orden es el coste temporal del algoritmo en asignaciones sobre el vector B? (1 pts)

c) ¿Cuál es el coste espacial? (1 pts)

d) Se quiere modificar el algoritmo anterior para que no se puedan construir banderas con colores repetidos. Diseña un algoritmo de BACKTRACKING que resuelva este problema. (4 pts)