

**Práctica 3: Cálculo de raíces de ecuaciones.**

Objetivos: Familiarizarse con el método iterativo de Newton-Raphson para la resolución de ecuaciones no lineales y desarrollar una función de Matlab para encontrar todas las raíces (reales e imaginarias) de un polinomio $p(x)$ cualquiera utilizando el método iterativo de Laguerre.

1. La siguiente función $[r, m, f_r] = \text{newton}(x_0, M, F_{\max})$ (fichero `newton.m`) implementa el método iterativo de Newton-Raphson para encontrar las raíces de funciones no lineales.

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%
%% Función newton.
%%
%% Calcula la raíz de una funcion mediante el metodo
%% iterativo de Newton-Raphson.
%%
%% [r, m, fr] = newton(x0, M, Fmax)
%%
%% Entrada:
%% x0 : Aproximación inicial.
%% M : Número máximo de iteraciones.
%% Fmax : Valor máximo de la función.
%%
%% Salida:
%% r : Raíz del polinomio.
%% m : Iteraciones realizadas.
%% fr : Valor de la función en r.
%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function [r,m,fr] = newton(x0,M,Fmax)
r = x0;
%
% Iteracion de newton
for m = 1:M,
    %
    % Calcula f(x) y f'(x). Recuerde que debe programarlos de
    % acuerdo con la funcion que se desea resolver.
    %-- Funcion 1: f(x) = 2^x - 4x, f'(x) = 2^x * ln(2) - 4
    fx = 2^r - 4*r;
    fp = 2^r * log(2) - 4;
    %
    % Calcula el nuevo termino de acuerdo con la formula de
    % Newton.
    r = r - fx/fp;
    %
    % Comprobacion de la convergencia
    %
    fr = abs(fx);
    if (fr <= Fmax),
        break;
    end;
end;
```

Esta función utiliza los siguientes parámetros para realizar el cálculo:

- x_0 : El punto de partida del método iterativo.
- M : El número máximo de iteraciones.
- $F_{\max}$: El criterio de convergencia (valor máximo absoluto de la función en el punto).

Y devuelve:

- r : Raíz de la función.
- m : Número de iteraciones realizadas.
- f_r : Valor absoluto de la función en el punto r .

Aplique la función `newton` para obtener el mayor número de raíces de la ecuación $f(x) = 2^x - 4x$ con una precisión no menor de $1 \cdot 10^{-8}$.



2. La iteración de Laguerre es un método muy útil para la obtención de raíces de polinomios $p(x)$ ya que tiene propiedades de convergencia muy favorables y es robusto. El algoritmo es iterativo y pasa de una aproximación (x_n) a la siguiente (x_{n+1}) mediante el cálculo:

$$A = -p'(x_n) / p(x_n)$$

$$B = A^2 - p''(x_n) / p(x_n)$$

$$C = N^{-1} \left[A + \text{sign}(A) \sqrt{(N-1)(NB - A^2)} \right]$$

$$x_{n+1} = x_n + 1/C$$

en donde N es el grado del polinomio y $p(x_n)$, $p'(x_n)$ y $p''(x_n)$ son los valores del polinomio, su derivada primera y su derivada segunda en el punto x_n respectivamente.

Escriba en Matlab la función `[r] = polisolver(a, M, F_max)` (archivo `polisolver.m`) que obtenga todas las raíces de un polinomio $p(x)$ descrito por el vector de coeficientes a ($p(x) = a_1 + a_2x + a_3x^2 + \dots + a_nx^{n-1} + a_{n+1}x^n$). Utilice el siguiente procedimiento:

- Programa la función `[r, m, p] = laguerre(x_0, M, F_max)` que implemente el método iterativo de Laguerre para encontrar una raíz del polinomio y en donde x_0 es el punto de partida del método iterativo, M es el número máximo de iteraciones y $F_{\max}$ es el criterio de convergencia (valor absoluto máximo de la función en el punto). Utilice como ejemplo y guía la función `newton.m` del apartado anterior. Para el cálculo de $p(x_n)$, $p'(x_n)$ y $p''(x_n)$ utilice el algoritmo de Horner para el cálculo de las derivadas de cualquier orden de un polinomio explicado en el Tema 3, Apartado 3.1.1, página 31.
- Programa la función `[b] = deflactor(a, r)` que deflacte el polinomio $p(x)$ conocida una de sus raíces r mediante el algoritmo de Horner para el cálculo de los coeficientes del polinomio deflactado explicado en el Tema 3, Apartado 3.1.1, página 31.
- Utilice otra vez la función `laguerre` sobre el polinomio deflactado para obtener una nueva raíz. Repita el proceso hasta obtener un polinomio deflactado de grado 2.
- Obtenga las raíces de la ecuación de segundo grado utilizando el método descrito en el Tema 2, Apartado 2.1.3 (páginas 25 y 26).

Aplice la función desarrollada para obtener todas las raíces de los siguientes polinomios:

a) $x^8 - 36x^7 + 546x^6 - 4536x^5 + 22449x^4 - 67284x^3 + 118124x^2 - 109584x + 40320 = 0$

b) $x^8 - 37x^7 + 546x^6 - 4536x^5 + 22449x^4 - 67284x^3 + 118124x^2 - 109584x + 40320 = 0$